

PRATIQUE DU SOROBAN

BAPTISTE GORIN

En 2013, l'UNESCO a inscrit au patrimoine culturel immatériel de l'humanité le calcul mathématique au boulier.

Cette note se propose de présenter les différentes techniques opératoires au soroban, le boulier japonais.

Sommaire

1	Historique et présentation des bouliers	2
2	Principes de calcul	4
3	Addition	5
4	Soustraction	7
5	Multiplication	9
6	Division	14
7	Racine carrée	20
8	Racine cubique	23
9	Écritures décimale et binaire	26
10	Entraînement	31

1 Historique et présentation des bouliers

Il existe plusieurs types d'abaques, les principaux étant :

- le boulier chinois ou *suanpan* (littéralement « planchette à calcul »);
- le boulier japonais ou *soroban*;
- le boulier russe ou *stchioty*.

Les noms donnés au boulier dans les autres pays sont *leo-kid* (littéralement « boules à penser ») en Thaïlande, *soo-pan* dans le sud de la Chine, *choreb* en Arménie et en Iran, *coulba* en Turquie.

Un boulier se présente sous la forme d'un cadre rectangulaire (généralement en bois).

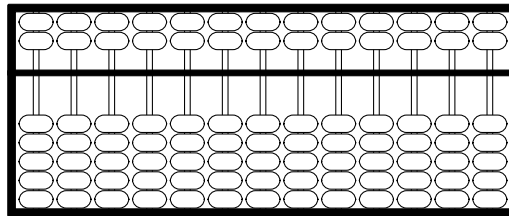
Parallèlement aux petits côtés, des tiges portent des boules.

1.1 Le suan-pan

Considéré comme le premier abaque, le suan-pan, dont les premières traces remontent au XII-ième siècle, s'est développé sous la dynastie Ming à partir du XIV-ième siècle avec l'accroissement du commerce.

Divisé en deux par une barre transversale perpendiculaire aux petits côtés, le suan-pan possède un nombre impair de colonnes (généralement 9 ou 13).

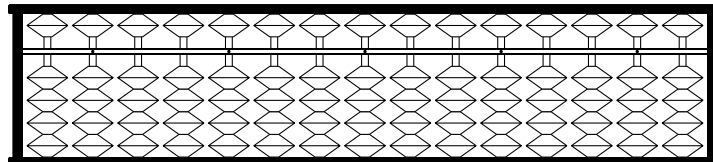
Chaque tige comporte deux boules dans la partie supérieure et cinq boules dans la partie inférieure.



1.2 Le soroban

Issu du boulier chinois, le soroban s'est popularisé à partir du XVII-ième siècle.

Initialement composé comme le suan-pan, le soroban a perdu une boule dans la partie supérieure vers 1850 puis une boule dans la partie inférieure vers 1930 pour conserver sa configuration actuelle.



Alors que les boules du suan-pan sont arrondies, celles du soroban, plus petites, sont lenticulaires, permettant une plus grande rapidité et précision d'exécution.

Par ailleurs, le soroban comporte un nombre impair de colonnes compris entre 13 et 31.

Ainsi, le soroban est plus long et moins large que le suan-pan.

Plus performant, le soroban s'est imposé comme l'abaque de référence en Asie ces dernières décennies alors que, dans le même temps, le suan-pan et le stchioty sont tombés en désuétude dans leurs pays d'origine au profit des calculatrices électroniques.

Cependant, la vitesse de frappe de quiconque sur une calculatrice ne saurait rivaliser face à la dextérité d'un expert en boulier.

Comme pour illustrer ce fait, le 12 novembre 1946, un match censé démontrer la supériorité de l'occident a finalement vu le boulier triompher de la machine électrique : dans cet affrontement en cinq manches, le japonais Kiyoshi Matsuzaki, champion de soroban du bureau de l'épargne du ministère de l'administration des postes, l'emporta 4 à 1 face à l'américain Thomas Nathan Woods, soldat de deuxième classe de la 240-ième section financière du quartier général des forces US au Japon, désigné comme « l'opérateur de calculatrice électrique le plus expert de l'armée américaine au Japon ».

Reconnu pour ses vertus pédagogiques, le soroban est enseigné à l'école primaire au Japon.

1.3 Le stchioty

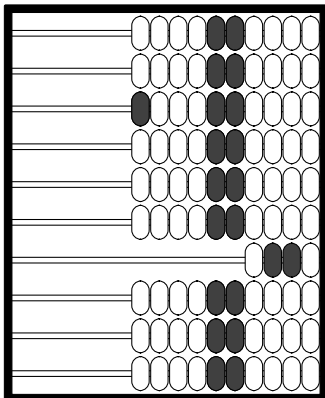
Créé au XVII-ième siècle après avoir importé depuis les régions musulmanes, le stchioty a été utilisé en Union Soviétique, notamment dans les commerces, son usage ayant été enseigné dans les écoles jusqu'à dans les années 1990.

Contrairement au suan-pan et au soroban, le stchioty ne possède pas de barre transversale.

Les tiges sont incurvées ce qui permet aux boules de tomber de l'autre côté sans qu'il y ait d'espace vide. Chaque tige (sauf une) comporte dix boules dont deux (la cinquième et la sixième) sont de couleur noire afin de pouvoir distinguer facilement les nombres de 1 à 10.

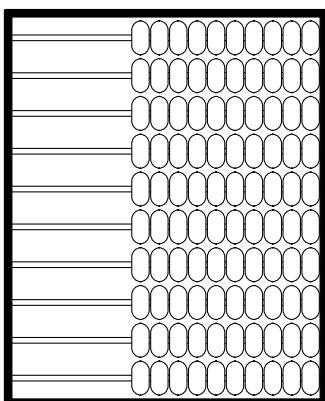
Des rangées possèdent trois boules noires pour indiquer les unités de mille et les unités de millions.

Enfin, une tige comporte quatre boules pour permettre soit de séparer les parties entière et décimale soit de compter les quarts de rouble. Jusqu'en 1916, une autre tige de quatre boules était ajoutée pour compter les quarts de kopek.



Vers 1820, le mathématicien Jean-Victor Poncelet aurait introduit dans les écoles primaires françaises le boulier russe après l'avoir découvert en tant qu'officier de l'armée napoléonienne pendant la campagne en Russie où il fut retenu prisonnier.

Contrairement à son homologue russe, le boulier français, appelé boulier-compteur ou boulier d'école, comporte 10 boules unicolores sur chaque tige.



2 Principes de calcul

2.1 Écriture

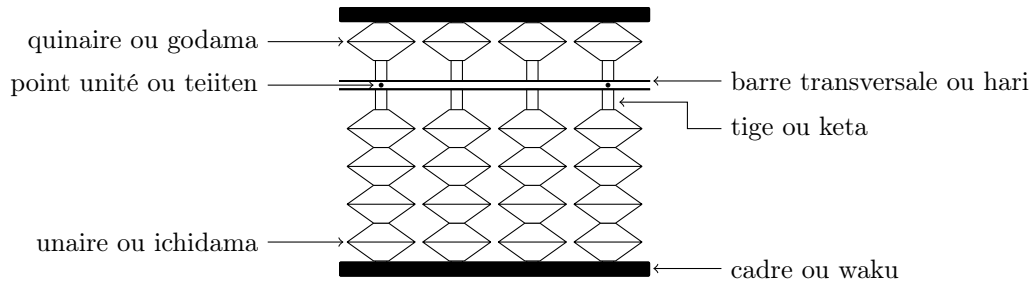
On active (respectivement on désactive) une boule si on l'approche (resp. on l'éloigne) de la barre transversale.

Quand toutes les boules sont désactivées, le boulier est en position neutre.

Les boules inférieures (situées au-dessous de la barre transversale) sont appelées unaires, la boule supérieure (située au-dessus de la barre transversale) quinaire.

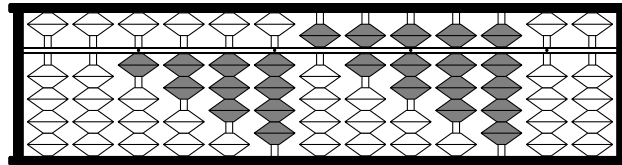
Une unaire représente une puissance de 10; une quinaire représente une puissance de 10 multipliée par 5.

On appelle décadaire 10 unaires.



Les nombres s'écrivent de gauche à droite.

Sur un soroban, le nombre 1234567890 se pose ainsi :



Par ailleurs, sur les figures, les boules activées seront grisées.

2.2 Doigté. Mouvements des boules

Le doigté et l'ordre d'activation/désactivation des boules sont primordiaux pour effectuer efficacement et précisément les calculs.

Le doigté s'effectue selon les règles suivantes :

- les unaires sont activées avec le pouce et désactivées avec l'index;
- les quinaires sont activées et désactivées avec l'index.

Ainsi, seuls le pouce et l'index sont utilisés, les autres doigts étant repliés dans la paume de la main.

Par ailleurs, l'ordre d'activation/désactivation des boules s'effectue selon les règles suivantes :

- activer une ou plusieurs unaires et/ou une quinaire (en même temps);
- désactiver une ou plusieurs unaires puis une quinaire;
- activer une quinaire puis désactiver une ou plusieurs unaires;
- activer une ou plusieurs unaires puis désactiver une quinaire;
- dans une addition, après avoir effectué les opérations avec les unaires et la quinaire, activer une décadaire;
- dans une soustraction, après avoir désactiver une décadaire, effectuer les opérations avec les unaires et la quinaire.

3 Addition

On pose le premier terme de l'addition au centre du soroban (à droite de celui-ci si les nombres considérés sont grands), le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale.

On ajoute le terme suivant en effectuant les opérations sur chaque chiffre suivant les puissances décroissantes de dix; autrement dit, l'opération s'effectue de la gauche vers la droite, suivant ainsi l'ordre dans lequel le nombre est lu. Quatre règles sont alors appliquées afin d'additionner efficacement deux chiffres (les opérations mentionnées entre parenthèses doivent être effectuées simultanément).

Règle 1 - Ajout d'unaire(s) et/ou d'une quinaire

Il s'agit du cas le plus simple de l'addition.

On active une ou plusieurs unaires et éventuellement une quinaire correspondant au nombre ajouté.

Nombre donné	Auquel on ajoute	Unaires	Quinaire
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ou 8	1	+1	
0, 1, 2, 5, 6 ou 7	2	+2	
0, 1, 5 ou 6	3	+3	
0 ou 5	4	+4	
0, 1, 2, 3 ou 4	5		+1
0, 1, 2 ou 3	6	(+1	+1)
0, 1 ou 2	7	(+2	+1)
0 ou 1	8	(+3	+1)
0	9	(+4	+1)

Dans les autres cas, il faut soustraire le complément à 5 ou 10 pour effectuer l'addition.

Règle 2 - Ajout d'une quinaire et retrait d'unaires

Ce cas se produit lorsque le résultat de l'addition est supérieur ou égal à 5 et strictement inférieur à 10 alors que le nombre donné est inférieur ou égal à 4.

On active alors une quinaire puis on désactive une ou plusieurs unaires correspondant au complément à 5 du nombre ajouté.

Nombre donné	Auquel on ajoute	Formule	Quinaire	Unaires
4	1	$+1 = +5 - 4$	+1	-4
3 ou 4	2	$+2 = +5 - 3$	+1	-3
2, 3 ou 4	3	$+3 = +5 - 2$	+1	-2
1, 2, 3 ou 4	4	$+4 = +5 - 1$	+1	-1

Dans les deux derniers cas, on soustrait le complément à 10 du nombre ajouté puis on active une décadaire.

Règle 3 - Retrait d'unaires(s) et/ou d'une quinaire et ajout d'une décadaire

Ce cas se produit lorsque le résultat de l'addition est supérieur ou égal à 10 (premier cas).

Soustraire le complément à 10 du nombre ajouté revient à désactiver une ou plusieurs unaires et éventuellement une quinaire correspondant à la valeur ainsi retranchée.

Nombre donné	Auquel on ajoute	Formule	Unaires	Quinaire	Décadaire
9	1	$+1 = -4 - 5 + 10$	-4	-1	+1
8 ou 9	2	$+2 = -3 - 5 + 10$	-3	-1	+1
7, 8 ou 9	3	$+3 = -2 - 5 + 10$	-2	-1	+1
6, 7, 8 ou 9	4	$+4 = -1 - 5 + 10$	-1	-1	+1
5, 6, 7, 8 ou 9	5	$+5 = -5 + 10$		-1	+1
4 ou 9	6	$+6 = -4 + 10$	-4		+1
3, 4, 8 ou 9	7	$+7 = -3 + 10$	-3		+1
2, 3, 4, 7, 8 ou 9	8	$+8 = -2 + 10$	-2		+1
1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 ou 9	9	$+9 = -1 + 10$	-1		+1

Règle 4 - Ajout d'unaires(s), retrait d'une quinaire et ajout d'une décadaire

Ce cas se produit lorsque le résultat de l'addition est supérieur ou égal à 10 (second cas).

Soustraire le complément à 10 du nombre ajouté revient à activer une ou plusieurs unaires et désactiver une quinaire correspondant à la valeur ainsi ajoutée.

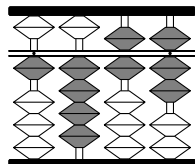
Nombre donné	Auquel on ajoute	Formule	Unaires	Quinaire	Décadaire
5, 6, 7 ou 8	6	$+6 = +1 - 5 + 10$	+1	-1	+1
5, 6 ou 7	7	$+7 = +1 - 5 + 10$	+2	-1	+1
5 ou 6	8	$+8 = +1 - 5 + 10$	+3	-1	+1
5	9	$+9 = +4 - 5 + 10$	+4	-1	+1

Exemple. — Effectuons $1\,467 + 6\,174$.

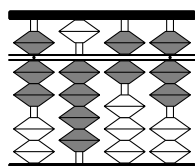
L'ordre successif des opérations et la position des chiffres les uns par rapport aux autres sont les suivants :

$$\begin{array}{r}
 1467 \\
 + 6 \\
 + 1 \\
 + 7 \\
 + 4 \\
 \hline
 7641
 \end{array}$$

c'est-à-dire :

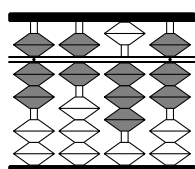


Poser 1467 sur les colonnes 1 à 4.



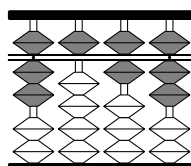
+6 sur la colonne 1 (règle 1):

- (+5 + 1) sur la colonne 1.



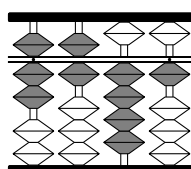
+7 sur la colonne 3 (règle 4):

- +2 – 5 sur la colonne 3;
- +10 sur la colonne 2.



+1 sur la colonne 2 (règle 2):

- +5 - 4 sur la colonne 2.



+4 sur la colonne 4 (règle 3):

- $-1 - 5$ sur la colonne 4;
- $+10$ sur la colonne 3.

Ainsi: $1\,467 + 6\,174 = 7\,641$.

Exercise

Un excellent exercice d'entraînement consiste à additionner 123 456 789 neuf fois.

Le résultat est égal à 1 111 111 101.

En recommençant, on obtient 2 222 222 202, puis 3 333 333 303, ..., 9 999 999 909.

4 Soustraction

La soustraction s'effectue selon une méthode analogue à l'addition.

On pose le premier terme de la soustraction au centre du soroban (à droite de celui-ci si le nombre considéré est grand), le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale.

On soustrait le terme suivant en effectuant les opérations sur chaque chiffre suivant les puissances décroissantes de dix; autrement dit, l'opération s'effectue de la gauche vers la droite, suivant ainsi l'ordre dans lequel le nombre est lu. Quatre règles sont alors appliquées afin de soustraire efficacement deux chiffres (les opérations mentionnées entre parenthèses doivent être effectuées simultanément).

Règle 1 - Retrait d'un(air)s et/ou d'une quinaire

Il s'agit du cas le plus simple de la soustraction.

On désactive une ou plusieurs unaires et éventuellement une quinaire correspondant au nombre soustrait.

Nombre donné	Auquel on soustrait	Unaires	Quinaire
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9	1	-1	
2, 3, 4, 7, 8 ou 9	2	-2	
3, 4, 8 ou 9	3	-3	
4 ou 9	4	-4	
5, 6, 7, 8 ou 9	5		-1
6, 7, 8 ou 9	6	-1	-1
7, 8 ou 9	7	-2	-1
8 ou 9	8	-3	-1
9	9	-4	-1

Dans les autres cas, il faut additionner le complément à 5 ou 10 pour effectuer la soustraction.

Règle 2 - Ajout d'un(air)s et retrait d'une quinaire

Ce cas se produit lorsque le résultat de la soustraction est strictement inférieur à 5 alors que le nombre donné est supérieur ou égal à 5.

On active alors une ou plusieurs unaires correspondant au complément à 5 du nombre soustrait puis on désactive une quinaire.

Nombre donné	Auquel on soustrait	Formule	Unaires	Quinaire
5	1	$-1 = -5 + 4$	+4	-1
5 ou 6	2	$-2 = -5 + 3$	+3	-1
5, 6 ou 7	3	$-3 = -5 + 2$	+2	-1
5, 6, 7 ou 8	4	$-4 = -5 + 1$	+1	-1

Dans les deux derniers cas, on désactive une décadaire puis on additionne le complément à 10 du nombre soustrait.

Règle 3 - Retrait d'une décadaire, ajout d'un(air)s et/ou d'une quinaire

Ce cas se produit lorsque, à un nombre donné, on soustrait un nombre strictement supérieur (premier cas).

Additionner le complément à 10 du nombre soustrait revient à activer une ou plusieurs unaires et éventuellement une quinaire correspondant à la valeur ainsi ajoutée.

Nombre donné	Auquel on soustrait	Formule	Décadaire	Unaires	Quinaire
0	1	$-1 = -10 + (4 + 5)$	-1	(+4	+1)
0 ou 1	2	$-2 = -10 + (3 + 5)$	-1	(+3	+1)
0, 1 ou 2	3	$-3 = -10 + (2 + 5)$	-1	(+2	+1)
0, 1, 2 ou 3	4	$-4 = -10 + (1 + 5)$	-1	(+1	+1)
0, 1, 2, 3 ou 4	5	$-5 = -10 + 5$	-1		+1
0 ou 5	6	$-6 = -10 + 4$	-1	+4	
1, 2, 5 ou 6	7	$-7 = -10 + 3$	-1	+3	
0, 1, 2, 5, 6 ou 7	8	$-8 = -10 + 2$	-1	+2	
0, 1, 2, 3, 5, 6, 7 ou 8	9	$-9 = -10 + 1$	-1	+1	

Règle 4 - Retrait d'une décadaire, ajout d'une quinaire et retrait d'un(air)s

Ce cas se produit lorsque, à un nombre donné, on soustrait un nombre strictement supérieur (second cas).

Additionner le complément à 10 du nombre soustrait revient à activer une quinaire et désactiver une ou plusieurs unaires correspondant à la valeur ainsi ajoutée.

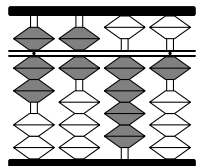
Nombre donné	Auquel on soustrait	Formule	Décadaire	Quinaire	Unaires
1, 2, 3 ou 4	6	$-6 = -10 + 5 - 1$	-1	+1	-1
2, 3 ou 4	7	$-7 = -10 + 5 - 2$	-1	+1	-2
3 ou 4	8	$-8 = -10 + 5 - 3$	-1	+1	-3
4	9	$-9 = -10 + 5 - 4$	-1	+1	-4

Exemple. — Effectuons $7\,641 - 1\,467$.

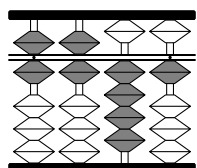
L'ordre successif des opérations et la position des chiffres les uns par rapport aux autres sont les suivants :

$$\begin{array}{r}
 7\ 6\ 4\ 1 \\
 -\ 1 \\
 -\ 4 \\
 -\ 6 \\
 -\ 7 \\
 \hline
 6\ 1\ 7\ 4
 \end{array}$$

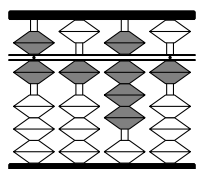
c'est-à-dire :



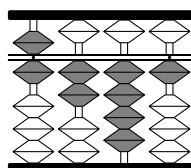
Poser 7641 sur les colonnes 1 à 4.



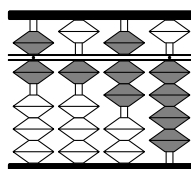
−1 sur la colonne 1 (règle 1):
 • −1 sur la colonne 1.



−6 sur la colonne 3 (règle 4):
 • −10 sur la colonne 2;
 • +5 − 1 sur la colonne 3.



−4 sur la colonne 2 (règle 2):
 • +1 − 5 sur la colonne 2.



−7 sur la colonne 4 (règle 3):
 • −10 sur la colonne 3;
 • +3 sur la colonne 4.

Ainsi : $7\,641 - 1\,467 = 6\,174$.

Exercice

Un excellent exercice d'entraînement consiste à soustraire 123 456 789 neuf fois de 1 111 111 101.

Le résultat est égal à 0.

5 Multiplication

Nous allons tout d'abord présenter les méthodes japonaise et chinoise pour effectuer une multiplication dans le cas de deux nombres entiers.

Nous verrons ensuite, dans le cas des nombres décimaux, comment poser convenablement le multiplicande et le multiplicateur et déterminer le chiffre des unités du produit.

5.1 Méthode japonaise

On pose le multiplicande au centre du soroban, le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale et, à sa gauche, le multiplicateur, en laissant deux colonnes libres entre les deux.

Par ailleurs, à droite du multiplicande, on doit avoir $c+1$ colonnes libres où c est le nombre de chiffres du multiplicateur.

Ensuite, on multiplie chaque chiffre du multiplicande dans l'ordre croissant des puissances de dix par chaque chiffre du multiplicateur dans l'ordre décroissant des puissances dix.

Pour chaque chiffre du multiplicande, le premier produit est placé sur les deux colonnes situées à sa droite (le premier chiffre du produit pouvant être égal à zéro), les autres produits étant ensuite décalés d'une colonne à droite après chaque opération.

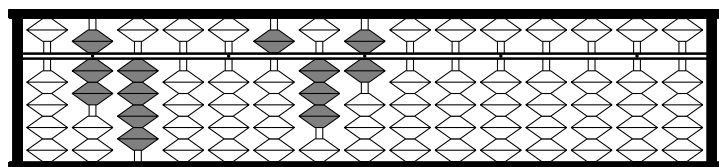
À chaque fois que l'on a multiplié un chiffre du multiplicande par tous les chiffres du multiplicateur, on efface ce chiffre en désactivant les boules correspondantes.

Exemple. — Effectuons 536×74 .

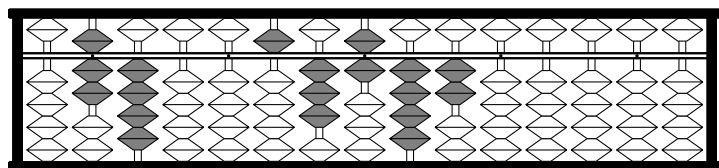
L'ordre successif des opérations et la position des chiffres les uns par rapport aux autres sont les suivants :

	7	4			5	3	6		
6×7								4	2
6×4				+				2	4
3×7				+		2	1		
3×4				+		1	2		
5×7				+	3	5			
5×4				+		2	0		
					3	9	6	6	4

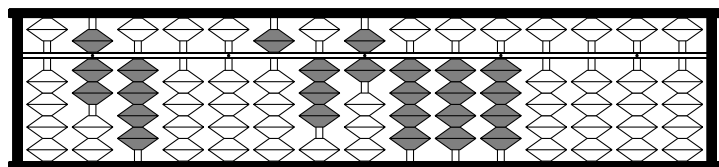
c'est-à-dire :



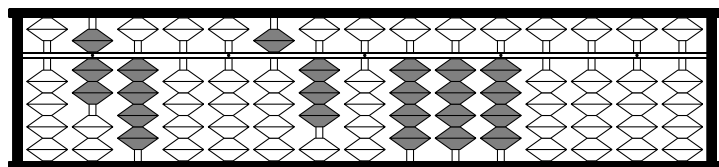
Poser 536 sur les colonnes 6, 7 et 8.
Poser 74 sur les colonnes 2 et 3.



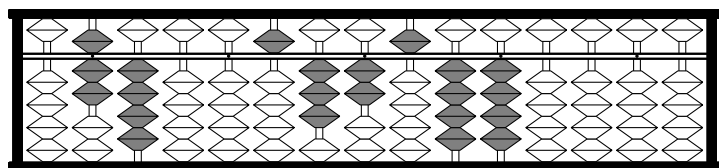
$+6 \times 7 = 42$ sur les colonnes 9 et 10 :
• $+4$ sur la colonne 9;
• $+2$ sur la colonne 10.



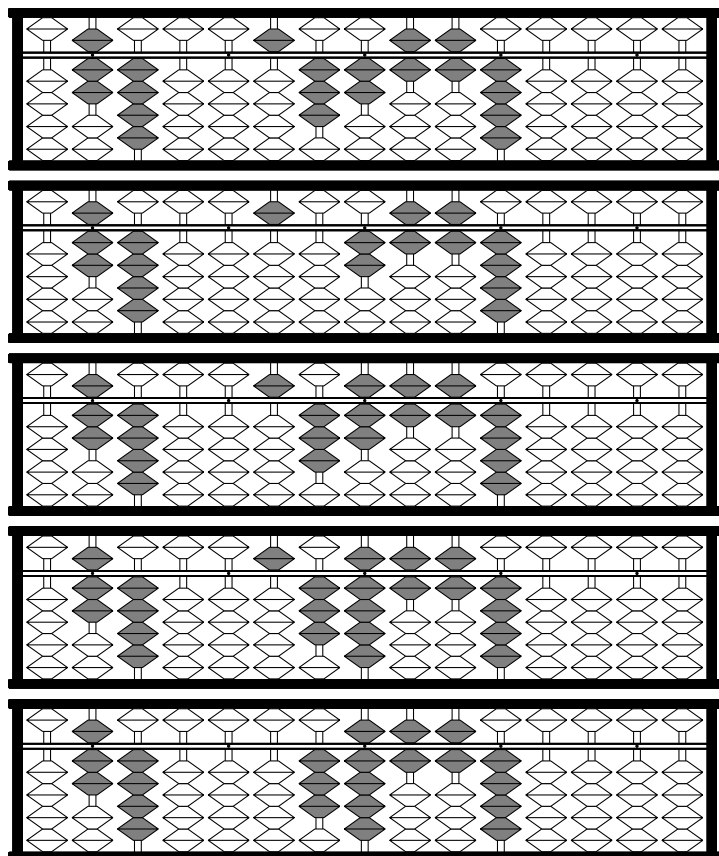
$+6 \times 4 = 24$ sur les colonnes 10 et 11 :
• $+2$ sur la colonne 10;
• $+4$ sur la colonne 11.



Désactiver 6 sur la colonne 8.



$+3 \times 7 = 21$ sur les colonnes 8 et 9 :
• $+2$ sur la colonne 8;
• $+5 - 4$ sur la colonne 9.



$+3 \times 4 = 12$ sur les colonnes 9 et 10 :

- $+1$ sur la colonne 10;
- $+5 - 3$ sur la colonne 11.

Désactiver 3 sur la colonne 7.

$+5 \times 7 = 35$ sur les colonnes 7 et 8 :

- $+3$ sur la colonne 7;
- $+5$ sur la colonne 8.

$+5 \times 4 = 20$ sur les colonnes 8 et 9 :

- $+2$ sur la colonne 8.

Désactiver 74 et 5 sur les colonnes 2, 3 et 6.

Ainsi : $536 \times 74 = 39664$.

5.2 Méthode chinoise

On pose le multiplicande au centre du soroban, le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale, et, à sa gauche, le multiplicateur, en laissant deux colonnes libres entre les deux.

Par ailleurs, à droite du multiplicande, on doit avoir $c+1$ colonnes libres où c est le nombre de chiffres du multiplicateur.

Ensuite, on multiplie chaque chiffre du multiplicande dans l'ordre croissant des puissances de dix par chaque chiffre du multiplicateur dans l'ordre croissant des puissances dix.

Pour chaque chiffre du multiplicande, le premier produit est placé sur les deux colonnes situées c et $c+1$ colonnes à sa droite (le premier chiffre du produit pouvant être égal à zéro), les autres produits étant ensuite décalés d'une colonne à gauche après chaque opération.

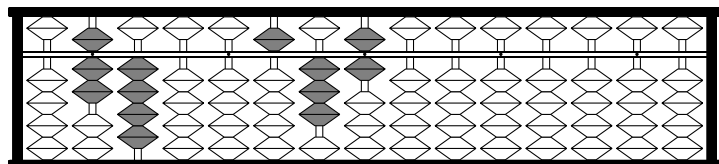
À chaque fois que l'on a multiplié un chiffre du multiplicande par tous les chiffres du multiplicateur, on efface ce chiffre en désactivant les boules correspondantes.

Exemple. — Effectuons 536×74 .

L'ordre successif des opérations et la position des chiffres les uns par rapport aux autres sont les suivants :

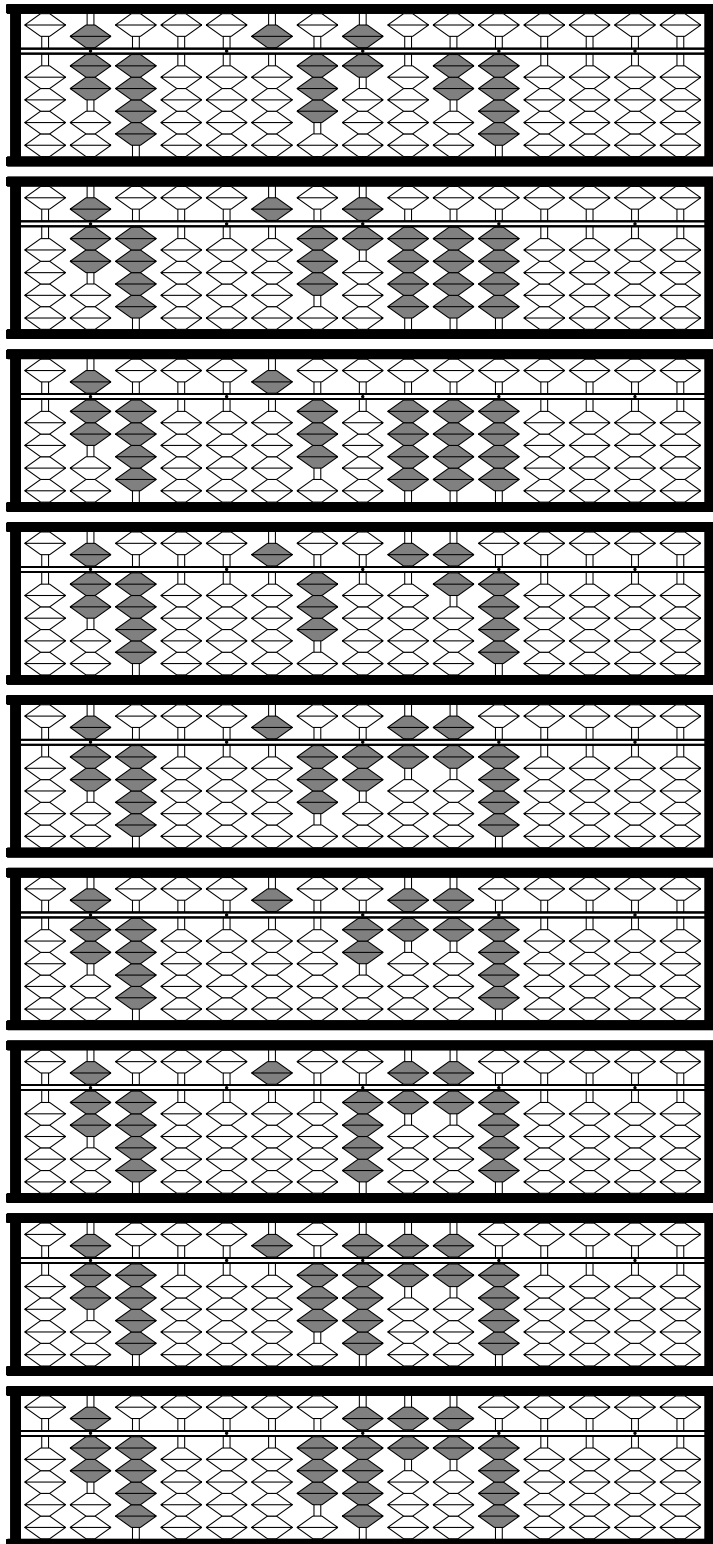
	7	4			5	3	6		
6×4								2	4
6×7				+				4	2
3×4				+				1	2
3×7				+			2	1	
5×4				+			2	0	
5×7				+		3	5		
						3	9	6	6
								4	

c'est-à-dire :



Poser 536 sur les colonnes 6, 7 et 8.

Poser 74 sur les colonnes 2 et 3.



$+6 \times 4 = 24$ sur les colonnes 10 et 11 :

- +2 sur la colonne 10;
- +4 sur la colonne 11.

$+6 \times 7 = 42$ sur les colonnes 9 et 10 :

- +4 sur la colonne 9;
- +2 sur la colonne 10.

Désactiver 6 sur la colonne 8.

$+3 \times 4 = 12$ sur les colonnes 9 et 10 :

- +5 – 1 sur la colonne 9;
- +5 – 3 sur la colonne 10.

$+3 \times 7 = 21$ sur les colonnes 8 et 9 :

- +2 sur la colonne 8;
- +1 sur la colonne 9.

Désactiver 3 sur la colonne 7.

$+5 \times 4 = 20$ sur les colonnes 8 et 9 :

- +2 sur la colonne 8.

$+5 \times 7 = 35$ sur les colonnes 7 et 8 :

- +3 sur la colonne 7;
- +5 sur la colonne 8.

Désactiver 74 et 5 sur les colonnes 2, 3 et 6.

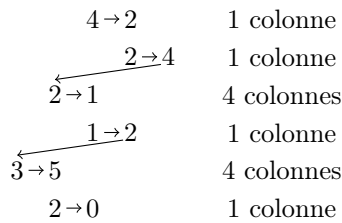
Ainsi : $536 \times 74 = 39\,664$.

5.3 Comparaison des deux méthodes

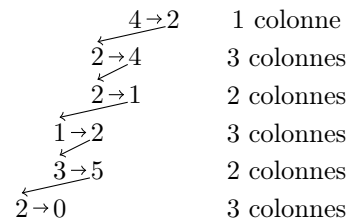
La méthode chinoise présente l'avantage d'être basée sur le même principe que celui employé en Occident pour effectuer une multiplication.

Cependant, la méthode japonaise s'avère plus efficace, raison pour laquelle elle est enseignée au Japon.

Afin de s'en convaincre, reprenons l'exemple 536×74 et regardons le nombre (minimal) de déplacements effectués par les doigts à travers le nombre de déplacements d'une colonne à l'autre.



Méthode japonaise



Méthode chinoise

Au minimum, 12 déplacements sont nécessaires pour la méthode japonaise contre 14 pour la méthode chinoise. Il est évident que plus le nombre de chiffres du multiplicande et du multiplicateur est grand, plus l'écart entre les deux méthodes augmente.

5.4 Détermination de la colonne du chiffre des unités du produit

5.4.1 Première méthode

Cette méthode permet de déterminer la colonne du chiffre des unités du produit après avoir effectué la multiplication.

Pour un nombre a , on note :

- s_a son nombre de chiffre(s) significatif(s), c'est-à-dire le nombre de chiffre(s) dans l'écriture décimale du nombre entier obtenu à partir de a en supprimant sa virgule;
- n_a le nombre défini comme suit :
 - si $a \geq 1$, alors n_a est le nombre de chiffre(s) présent(s) dans la partie entière de a , c'est-à-dire le nombre de chiffre(s) à gauche de la virgule;
 - si $a < 1$, alors n_a est le rang du premier chiffre non nul dans la partie décimale de a , c'est-à-dire après la virgule.

Notons M le multiplicande et m le multiplicateur.

- On pose M (au centre du soroban si possible), son chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale, en prenant soin d'avoir $s_m + 1$ colonnes libres à droite.
- On pose ensuite m à gauche de M en laissant deux colonnes libres entre les deux.
- On effectue la multiplication de M par m .
- Si $m \geq 1$ (respectivement $m < 1$), alors le chiffre des unités du produit $M \times m$ est situé $n_m + 1$ colonnes à droite (resp. $n_m - 1$ colonnes à gauche) de la colonne du chiffre des unités de M (resp. de la colonne à droite de celle du chiffre des unités de M).

Exemple. — Considérons un soroban à 15 colonnes.

- Si $M = 536$ et $m = 74$, alors $s_m = 2$ et $n_m = 2$.
On pose le chiffre 6 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du produit $M \times m$ est sur la colonne 11.
- Si $M = 5,36$ et $m = 7,4$, alors $s_m = 2$ et $n_m = 1$.
On pose le chiffre 5 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du produit $M \times m$ est sur la colonne 10.
- Si $M = 53,6$ et $m = 0,00074$, alors $s_m = 2$ et $n_m = 4$.
On pose le chiffre 3 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du produit $M \times m$ est sur la colonne 6.
- Si $M = 0,536$ et $m = 0,074$, alors $s_m = 2$ et $n_m = 2$.
On pose le chiffre 0 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du produit $M \times m$ est sur la colonne 8.

5.4.2 Deuxième méthode

Cette méthode permet de déterminer l'emplacement du multiplicande et du multiplicateur après avoir fixé préalablement, sur le soroban, la colonne du chiffre des unités du produit.

Pour un nombre a , on note :

- d_a le nombre de chiffre(s) présent(s) dans sa partie décimale, c'est-à-dire à droite de la virgule;
- n_a le nombre défini comme suit :
 - si $a \geq 1$, alors n_a est le nombre de chiffre(s) présent(s) dans la partie entière de a , c'est-à-dire le nombre de chiffre(s) à gauche de la virgule;
 - si $a < 1$, alors n_a est le nombre (affecté du signe $-$) de zéro(s) entre la virgule et le premier chiffre non nul dans la partie décimale de a .

Attention, la définition de n_a est différente de celle de la section précédente !

Notons M le multiplicande et m le multiplicateur.

- On choisit préalablement la colonne du chiffre des unités du produit $M \times m$, celle-ci étant marquée par un point sur la barre transversale, en prenant soin d'avoir $d_M + d_m$ colonnes libres à droite.
- Si $n_M + n_m$ est positif (respectivement négatif), alors on pose M de telle sorte que son premier chiffre non nul (à partir de la gauche) soit $n_M + n_m$ colonnes à gauche (respectivement $-(n_M + n_m)$ colonnes à droite) de la colonne précédemment choisie
- On pose m à gauche de M en laissant deux colonnes libres entre les deux.
- On effectue enfin la multiplication de M par m .

Exemple. — Considérons un soroban à 15 colonnes.

- Si $M = 536$ et $m = 74$, alors $d_M = d_m = 0$, $n_M = 3$ et $n_m = 2$.
On peut choisir comme colonne des unités du produit la colonne 14 auquel cas le chiffre 5 de M est posé sur la colonne 9 et le chiffre 4 de m sur la colonne 6.
- Si $M = 5,36$ et $m = 7,4$, alors $d_M = 2$, $d_m = 1$ et $n_M = n_m = 1$.
On peut choisir comme colonne des unités du produit la colonne 11 auquel cas le chiffre 5 de M est posé sur la colonne 9 et le chiffre 4 de m sur la colonne 6.
- Si $M = 53,6$ et $m = 0,0074$, alors $d_M = 1$, $d_m = 5$, $n_M = 2$ et $n_m = -3$.
On peut choisir comme colonne des unités du produit la colonne 8 auquel cas le chiffre 5 de M est posé sur la colonne 9 et le chiffre 4 de m sur la colonne 6.
- Si $M = 0,536$ et $m = 0,074$, alors $d_M = 3$, $d_m = 3$, $n_M = 0$ et $n_m = -1$.
On peut choisir comme colonne des unités du produit la colonne 8 auquel cas le chiffre 5 de M est posé sur la colonne 9 et le chiffre 4 de m sur la colonne 6.

5.4.3 Troisième méthode

Cette méthode permet de déterminer la colonne du chiffre des unités du produit après avoir effectué la multiplication, le produit étant écrit à droite du soroban.

Pour un nombre a , on note :

- d_a le nombre de chiffre(s) présent(s) dans sa partie décimale, c'est-à-dire à droite de la virgule;
- a' le nombre entier obtenu à partir de a en supprimant sa virgule;
- s_a son nombre de chiffre(s) significatif(s), c'est-à-dire le nombre de chiffre(s) dans l'écriture décimale de a' .

Notons M le multiplicande et m le multiplicateur.

- On pose M' en laissant exactement s_m colonnes vides à sa droite.
- On pose ensuite m' à gauche de M' en laissant deux colonnes vides entre les deux.
- On effectue la multiplication de M' par m' .
- Le chiffre des unités du produit $M \times m$ est situé $d_M + d_m$ colonnes à gauche de la dernière colonne du soroban.

6 Division

Nous allons tout d'abord présenter le méthode moderne de division dans le cas de deux nombres entiers (division euclidienne).

Nous verrons ensuite, dans le cas des nombres décimaux, comment poser convenablement le dividende et le diviseur et déterminer le chiffre des unités du quotient.

6.1 Division euclidienne

Nous noterons D le dividende et d le diviseur.

On pose le dividende à droite du soroban, le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale et, à sa gauche, le diviseur, en laissant quatre colonnes libres entre les deux.

6.1.1 Diviseur à un chiffre

La division s'effectue classiquement en considérant les chiffres du dividende selon les puissances décroissantes.

Notant D_1 et D_2 les deux premiers chiffres de D , les deux règles suivantes permettent de placer les chiffres du quotient.

Règle 1

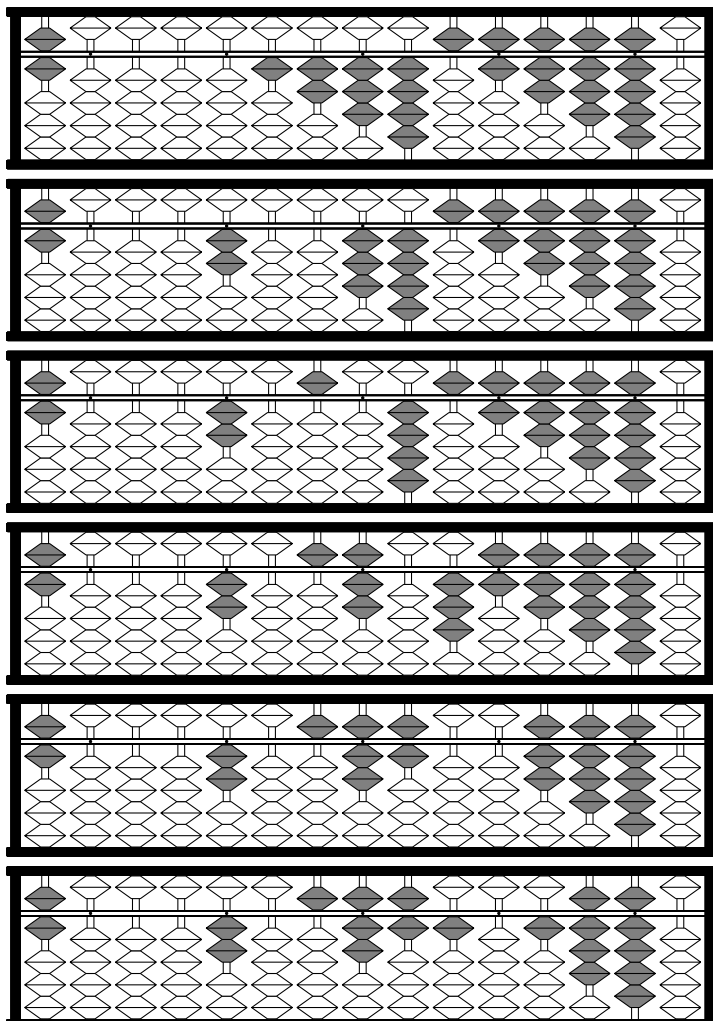
Si D_1 est supérieur ou égal à d , alors on pose, deux colonnes à gauche de D_1 , le quotient entier $q = \left\lfloor \frac{D_1}{d} \right\rfloor$ de la division de D_1 par d , puis on retranche qd de D_1 .

Règle 2

Si D_1 est strictement inférieur à d , alors on pose, une colonne à gauche de D_1 , le quotient entier $q = \left\lfloor \frac{10D_1 + D_2}{d} \right\rfloor$ de la division de $10D_1 + D_2$ par d , puis on retranche qd de $10D_1 + D_2$.

Le quotient entier apparaîtra, décalé de deux colonnes sur la gauche, la dernière colonne à droite indiquant le reste.

Exemple. — Effectuons la division euclidienne de 123 456 789 par 6 :



Poser 123 456 789 sur les colonnes 6 à 14.
Poser 6 sur la colonne 1.

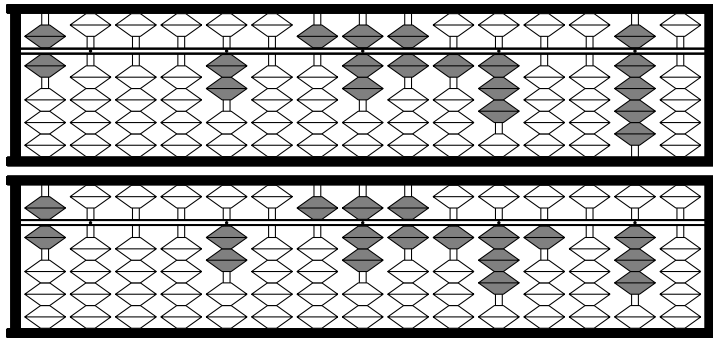
Poser $\left\lfloor \frac{12}{6} \right\rfloor = 2$ sur la colonne 5.
 -2×6 sur les colonnes 6 et 7.

Poser $\left\lfloor \frac{34}{6} \right\rfloor = 5$ sur la colonne 7.
 -5×6 sur les colonnes 8 et 9.

Poser $\left\lfloor \frac{45}{6} \right\rfloor = 7$ sur la colonne 8.
 -7×6 sur les colonnes 9 et 10.

Poser $\left\lfloor \frac{36}{6} \right\rfloor = 6$ sur la colonne 9.
 -6×6 sur les colonnes 10 et 11.

Poser $\left\lfloor \frac{7}{6} \right\rfloor = 1$ sur la colonne 10.
 -1×6 sur la colonne 12.



Poser $\left\lfloor \frac{18}{6} \right\rfloor = 3$ sur la colonne 11.
 -3×6 sur les colonnes 12 et 13.

Poser $\left\lfloor \frac{9}{6} \right\rfloor = 1$ sur la colonne 12.
 -1×6 sur la colonne 15.

Ainsi, le quotient et le reste de la division euclidienne de 123 456 789 par 6 sont égaux à 20 576 131 et 3 respectivement.

6.1.2 Diviseur à plusieurs chiffres

Lorsque qu'on effectue une division « graphiquement », on compare le diviseur avec les premiers chiffres du dividende. Avec un soroban, on compare uniquement le premier chiffre du diviseur avec le(s) premier(s) chiffre(s) du dividende afin d'obtenir un quotient provisoire que l'on peut être amené à réviser.

Notant D_1 et D_2 les deux premiers chiffres de D et d_1 le premier chiffre de d , les règles suivantes permettent d'obtenir et placer les chiffres du quotient.

Règle 1

Si D_1 est strictement supérieur à d_1 , alors on pose, deux colonnes à gauche de D_1 , le quotient entier $q = \left\lfloor \frac{D_1}{d_1} \right\rfloor$ de la division de D_1 par d_1 , puis on retranche qd de D_1 .

Règle 2

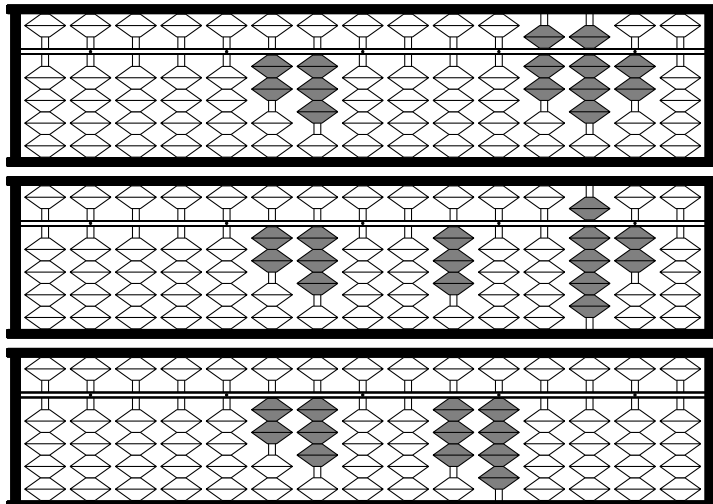
Si D_1 est strictement inférieur à d_1 , alors on pose, une colonne à gauche de D_1 , le quotient entier $q = \left\lfloor \frac{10D_1 + D_2}{d} \right\rfloor$ de la division de $10D_1 + D_2$ par d , puis on retranche qd de $10D_1 + D_2$.

Règle 3

Si D_1 et d_1 sont égaux, alors on compare d avec le nombre D' formé par les n premiers chiffres de D où n désigne le nombre de chiffres de d .

- Si D' est supérieur ou égal à d , alors on pose 1 deux colonnes à gauche de D_1 puis on retranche d de D' .
- Si D' est strictement inférieur à d , alors on pose 9 une colonne à gauche de D_1 puis on retranche $9d$ de D' .

Exemple. — Effectuons la division de 782 par 23.



Poser 782 sur les colonnes 12 à 14.
 Poser 23 sur les colonnes 6 et 7.

$D_1 = 7 > d_1 = 2$ (règle 1).

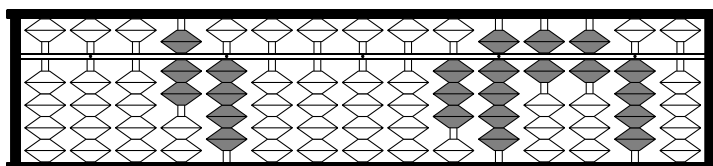
Poser $\left\lfloor \frac{7}{2} \right\rfloor = 3$ sur la colonne 10.
 -3×2 et -3×3 sur les colonnes 12 et 13.

$D_1 = 9 > d_1 = 2$ (règle 1).

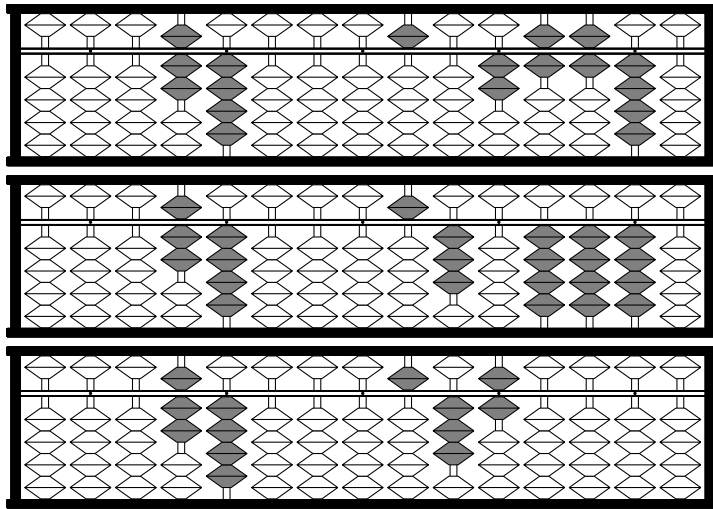
Poser $\left\lfloor \frac{9}{2} \right\rfloor = 4$ sur la colonne 10.
 -4×2 et -4×3 sur les colonnes 13 et 14.

Ainsi $782 \div 23 = 34$.

Exemple. — Effectuons la division de 39 664 par 74.

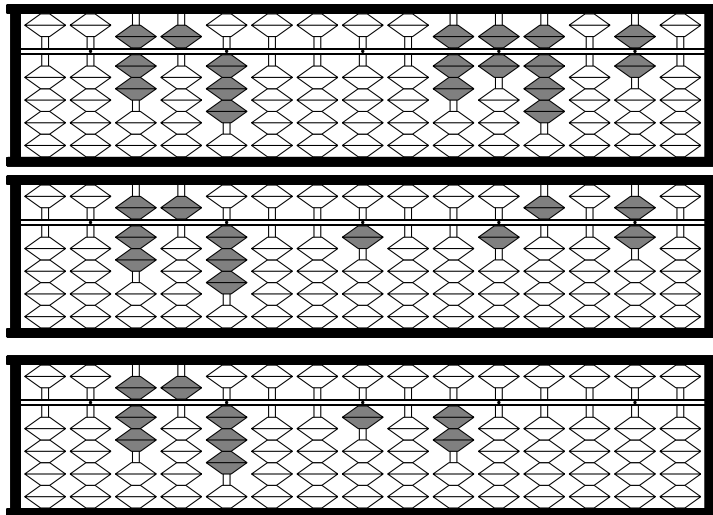


Poser 39 664 sur les colonnes 10 à 14.
 Poser 74 sur les colonnes 4 et 5.



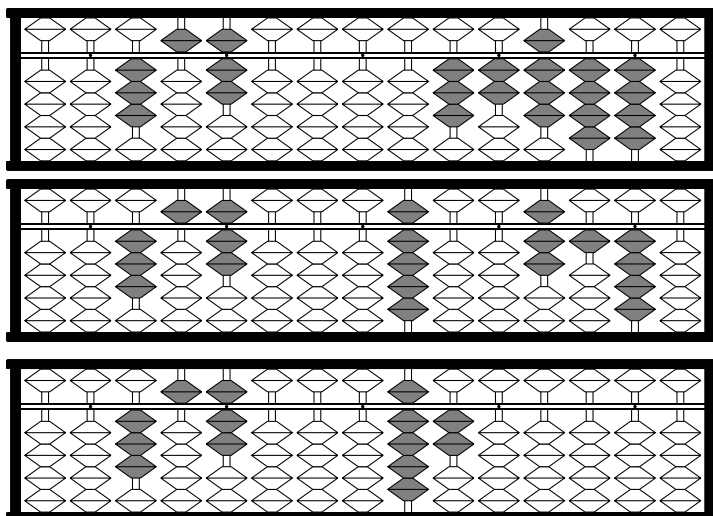
Ainsi $39\,664 \div 74 = 536$.

Exemple. — Effectuons la division de 76 806 par 753.



Ainsi $76\,806 \div 753 = 102$.

Exemple. — Effectuons la division de 32 844 par 357.



Ainsi $32\,844 \div 357 = 92$.

À chaque étape, le chiffre du quotient provisoire obtenu en suivant les règles précédentes peut s'avérer erroné, les soustractions effectuées ensuite n'étant pas toujours possibles. Il convient alors de réviser ce chiffre ainsi que le dividende.

$D_1 = 3 < d_1 = 7$ (règle 2)

Poser $\left\lfloor \frac{39}{7} \right\rfloor = 5$ sur la colonne 9
 -5×7 sur les colonnes 10 et 11
 -5×4 sur les colonnes 11 et 12.

$D_1 = 2 < d_1 = 7$ (règle 2)

Poser $\left\lfloor \frac{26}{7} \right\rfloor = 3$ sur la colonne 10
 -3×7 sur les colonnes 11 et 12
 -3×4 sur les colonnes 12 et 13.

$D_1 = 4 < d_1 = 7$ (règle 2)

Poser $\left\lfloor \frac{44}{7} \right\rfloor = 6$ sur la colonne 11
 -6×7 sur les colonnes 12 et 13
 -6×4 sur les colonnes 13 et 14.

Poser 76 806 sur les colonnes 10 à 14.
 Poser 753 sur les colonnes 3 à 5.

$D' = 768 > d = 753$ (règle 3)

Poser 1 sur la colonne 8.
 -753 sur les colonnes 10 à 12.

$D_1 = 1 < 7 = d_1$ (règle 2)

Poser $\left\lfloor \frac{15}{7} \right\rfloor = 2$ sur la colonne 10.
 -2×7 sur les colonnes 11 et 12.
 -2×5 sur les colonnes 12 et 13.
 -2×3 sur les colonnes 13 et 14.

Poser 32 844 sur les colonnes 10 à 14.
 Poser 357 sur les colonnes 3 à 5.

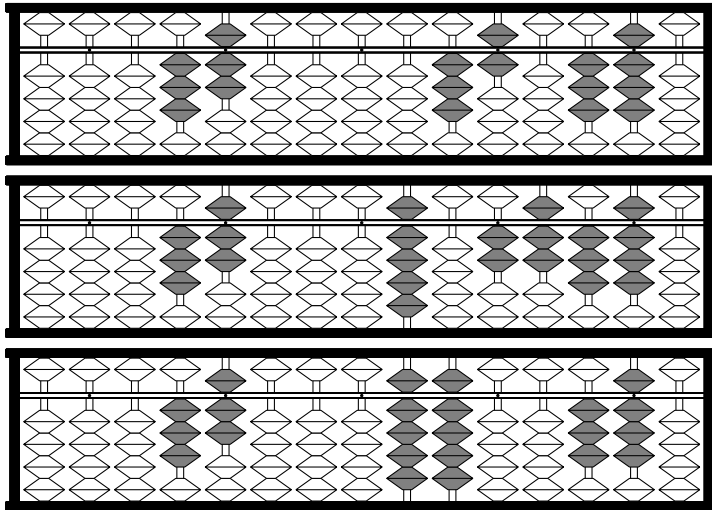
$D' = 328 < d = 357$ (règle 3)

Poser 9 sur la colonne 9.
 -9×3 sur les colonnes 10 et 11.
 -9×5 sur les colonnes 11 et 12.
 -9×7 sur les colonnes 12 et 13.

$D_1 = 7 > d_1 = 3$ (règle 1)

Poser $\left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor = 2$ sur la colonne 10.
 -2×3 sur la colonne 12.
 -2×5 sur les colonnes 12 et 13.
 -2×7 sur les colonnes 13 et 14.

Exemple. — Effectuons la division de 36 038 par 37.

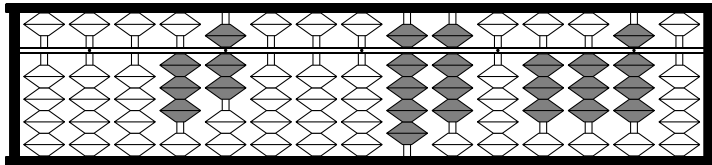


Poser 36 038 sur les colonnes 10 à 14.
Poser 37 sur les colonnes 4 et 5.

$D' = 36 < d = 37$ (règle 3)
Poser 9 sur la colonne 9.
 -9×3 sur les colonnes 10 et 11.
 -9×7 sur les colonnes 11 et 12.

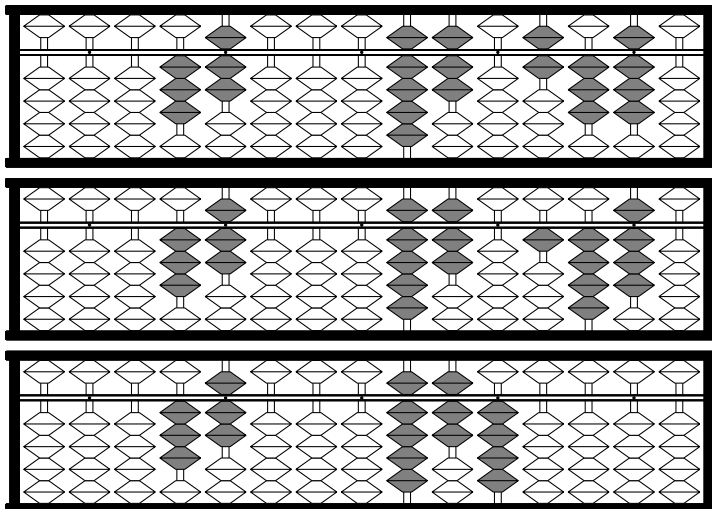
$D_1 = 2 > d_1 = 3$ (règle 2)
Poser $\left\lfloor \frac{27}{3} \right\rfloor = 9$ sur la colonne 10.
 -9×3 sur les colonnes 11 et 12.

On ne peut alors pas retrancher 9×7 sur les colonnes 12 et 13. Le quotient provisoire est donc trop élevé. Par conséquent, on le révisé en corrigeant également le dividende.



-1 sur la colonne 10.
+3 sur la colonne 12.

On ne peut pas retrancher 8×7 sur les colonnes 12 et 13. Le quotient provisoire est donc encore trop élevé. On le révisé de nouveau ainsi que le dividende.



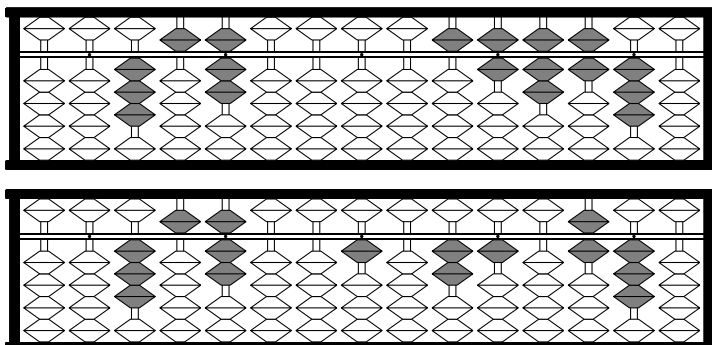
-1 sur la colonne 10.
+3 sur la colonne 12.

-7×7 sur les colonnes 12 et 13.

$D_1 = 1 < d_1 = 3$ (règle 2)
Poser $\left\lfloor \frac{14}{3} \right\rfloor = 4$ sur la colonne 11.
 -4×3 sur les colonnes 12 et 13.
 -4×7 sur les colonnes 13 et 14.

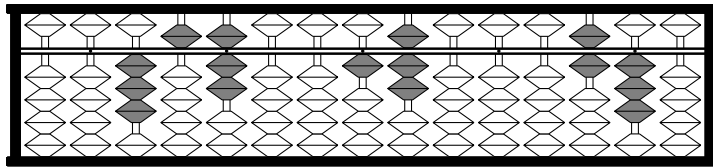
Ainsi $36\,038 \div 37 = 974$.

Exemple. — Effectuons la division de 56 763 par 357.



Poser 56 763 sur les colonnes 10 à 14.
Poser 357 sur les colonnes 3 à 5.

$D_1 = 5 > d_1 = 3$ (règle 1)
Poser $\left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor = 1$ sur la colonne 8.
 -1×3 sur la colonne 10.
 -1×5 sur la colonne 11.
 -1×7 sur la colonne 12.

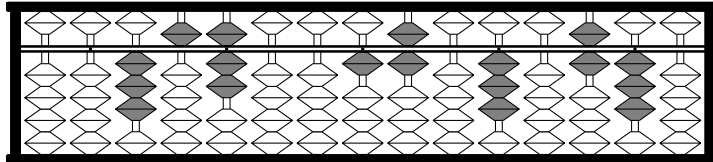


$D_1 = 2 < d_1 = 3$ (règle 2)

Poser $\left\lfloor \frac{21}{3} \right\rfloor = 7$ sur la colonne 9.

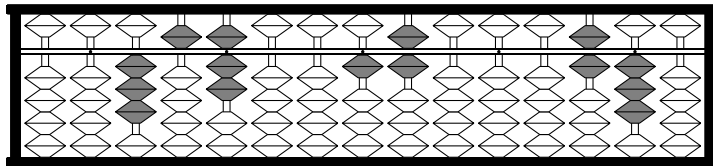
-7×3 sur les colonnes 10 et 11.

On ne peut alors pas retrancher 7×5 sur les colonnes 11 et 12. Le quotient provisoire est donc trop élevé. Par conséquent, on le révisé en corrigeant également le dividende.



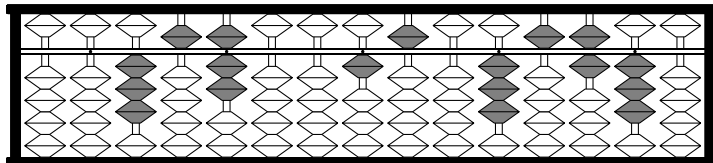
-1 sur la colonne 9.

$+3$ sur la colonne 11.



-6×5 sur les colonnes 11 et 12.

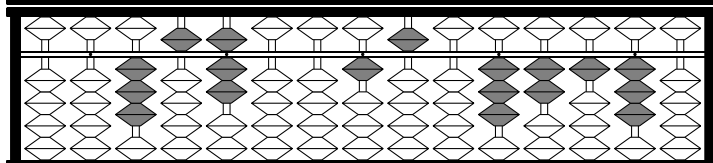
On ne peut pas retrancher 6×7 sur les colonnes 12 et 13. Le quotient provisoire est donc encore trop élevé. On le révisé de nouveau ainsi que le dividende.



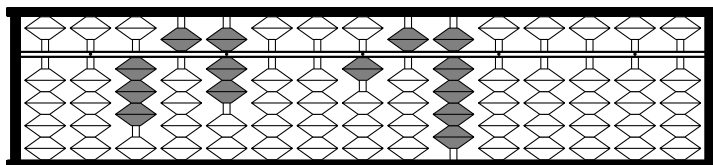
-1 sur la colonne 9.

$+5$ sur la colonne 12.

$+3$ sur la colonne 11.



-5×7 sur les colonnes 12 et 13.



$D' = 321 < d = 357$ (règle 3)

On pose 9 sur la colonne 10.

-9×3 sur les colonnes 11 et 12.

-9×5 sur les colonnes 12 et 13.

-9×7 sur les colonnes 13 et 14.

Ainsi $57\,763 \div 357 = 159$.

6.2 Détermination de la colonne du chiffre des unités du quotient

Reprenons les notations de la section 6.4.1.

Notons D le multiplicande et d le multiplicateur.

- On pose D (au centre du soroban si possible), son chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale, en prenant soin d'avoir $s_d + 4$ colonnes libres à gauche.
- On pose ensuite d à gauche de D en laissant quatre colonnes libres entre les deux.
- On effectue la division de D par d .
- Si $d \geq 1$ (respectivement $d < 1$), alors le chiffre des unités du quotient de D par d est situé $n_d + 1$ colonnes à gauche (resp. $n_d - 1$ colonnes à droite) de la colonne du chiffre des unités de D (resp. de la colonne à gauche de celle du chiffre des unités de D).

Exemple. — Considérons un soroban à 15 colonnes.

- Si $D = 39\,664$ et $d = 74$, alors $n_d = 2$.

On pose le chiffre 4 de M sur la colonne 11 auquel cas le chiffre des unités du quotient de D par d est sur la colonne 8.

- Si $D = 39,664$ et $d = 7,4$, alors $n_d = 1$.

On pose le chiffre 9 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du quotient de D par d est sur la colonne 6.

- Si $D = 3,9664$ et $d = 0,0074$, alors $n_d = 3$.
On pose le chiffre 3 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du quotient de D par d est sur la colonne 9.
- Si $D = 0,39664$ et $d = 0,74$, alors $n_d = 1$.
On pose le chiffre 0 de M sur la colonne 8 auquel cas le chiffre des unités du produit $M \times m$ est sur la colonne 7.

7 Racine carrée

Préliminaire mathématique

Considérons les suites $(u_n)_{n \geq 1}$ et $(s_n)_{n \geq 1}$ définies par :

$$u_n = 2n - 1 \quad \text{et} \quad s_n = \sum_{k=1}^n u_k.$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

Par télescopage, on a :

$$s_n = \sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n (2k - 1) = \sum_{k=1}^n (n^2 - (n-1)^2) = n^2.$$

Donc n^2 est la somme des n premiers nombres impairs.

Ainsi, la racine carrée de s_n est $\frac{u_n + 1}{2}$.

Extraction

Soit N un nombre (entier) dont on veut extraire la racine carrée.

On découpe N en tranches de deux chiffres (à partir du chiffre des unités), $N_1, N_2, \dots, N_k$, la tranche de gauche N_1 comportant un ou deux chiffres.

On notera :

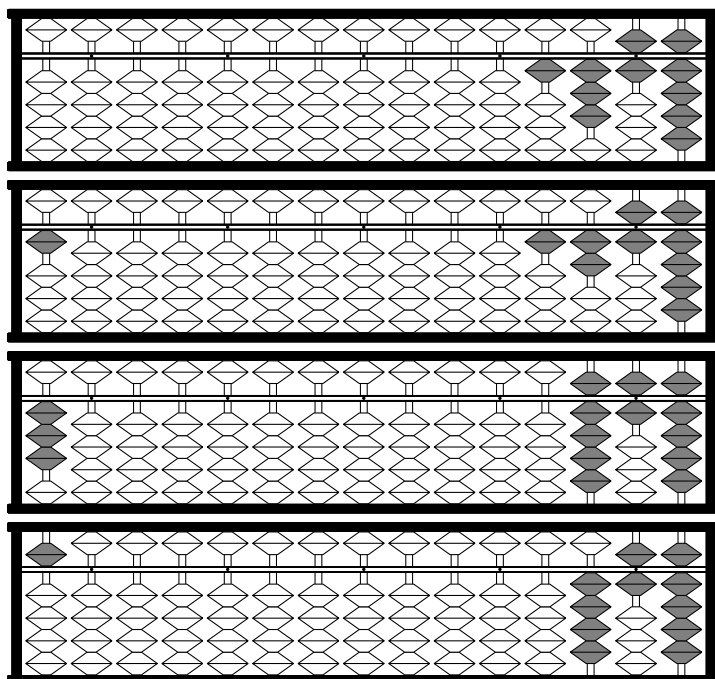
$$N = \overline{N_1 N_2 \dots N_k} = \sum_{i=1}^k N_i 100^{k-i}.$$

k correspond au nombre de chiffres dans l'écriture décimale de $\sqrt{N}$.

La méthode générale d'extraction de la racine carrée de N est la suivante :

1. Poser N à droite du soroban.
2. Poser 1 à gauche du soroban et le soustraire à la première tranche N_1 .
3. Ajouter 2 au nombre à gauche puis soustraire le résultat au reste de la première tranche.
Recommencer cette étape tant que le nombre à gauche est inférieur au reste de la première tranche.
4. Ajouter 1 au nombre à gauche, multiplier le résultat par 10 et ajouter 1.
Ensuite, soustraire le résultat au nombre formé par le reste de la première tranche N'_1 et la deuxième tranche, à savoir $\overline{N'_1 N_2} = 100N'_1 + N_2$.
5. Recommencer alors les étapes 3 et 4 aux tranches suivantes jusqu'à ce que les boules à droite du soroban soient toutes désactivées.
6. Ajouter 1 au nombre à gauche et diviser le résultat par 2.
Le nombre obtenu est la racine carrée de N .

Exemple. — Extrayons la racine carrée de 1 369 :

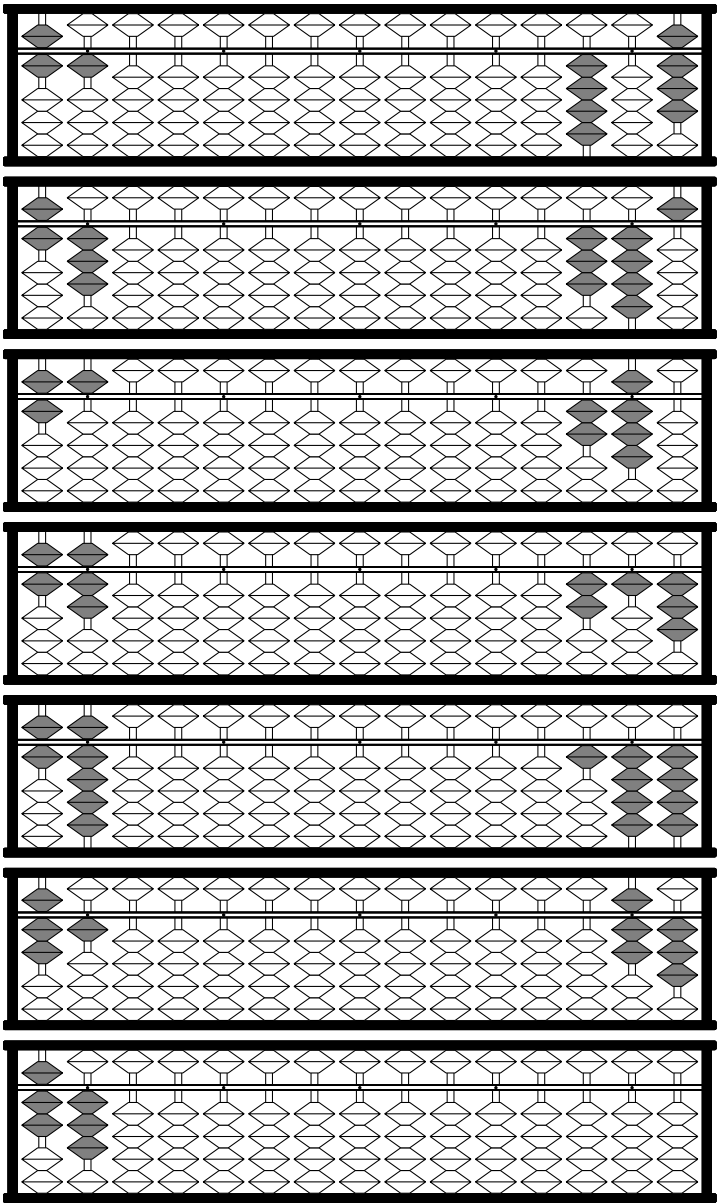


- À droite : poser 1 369.

- À gauche : poser 1;
- À droite : $13 - 1$.

- À gauche : $1 + 2$;
- À droite : $12 - 3$.

- À gauche : $3 + 2$;
- À droite : $9 - 5$.



- À gauche : $(5 + 1) \times 10 + 1$;
- À droite : $469 - 61$.
- À gauche : $61 + 2$;
- À droite : $408 - 63$.
- À gauche : $63 + 2$;
- À droite : $345 - 65$.
- À gauche : $65 + 2$;
- À droite : $280 - 67$.
- À gauche : $67 + 2$;
- À droite : $213 - 69$.
- À gauche : $69 + 2$;
- À droite : $144 - 71$.
- À gauche : $71 + 2$;
- À droite : $73 - 73$.

Ainsi, la racine carrée de 1369 est égale à $\frac{73 + 1}{2} = 37$.

On peut synthétiser l'ensemble des opérations successives dans le tableau suivant :

Additions effectuées à gauche du soroban		Soustractions effectuées à droite du soroban			
1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	1 ^{er} tranche	2 ^e tranche		
1			1		
2			3		
2			5		
1	1			6	1
	2			6	3
	2			6	5
	2			6	7
	2			6	9
	2			7	1
	2			7	3
+7	3	-1	3	6	9

À l'étape 4 de la méthode décrite ci-dessus, la soustraction n'est pas nécessairement possible. Il convient alors de considérer les tranches suivantes et d'adapter les opérations correspondantes :

4 Ajouter 1 au nombre à gauche, multiplier le résultat par 10^2 puis ajouter 1.

Soustraire le résultat au nombre formé par le reste de la première tranche N'_1 et les deux tranches suivantes, à savoir $\overline{N'_1 N_2 N_3} = 100^2 N'_1 + 100 N_2 + N_3$.

ou encore :

4 Ajouter 1 au nombre à gauche, multiplier le résultat par 10^3 puis ajouter 1.

Soustraire le résultat au nombre formé par le reste de la première tranche N'_1 et les trois tranches suivantes, à savoir $\overline{N'_1 N_2 N_3 N_4} = 100^3 N'_1 + 100^2 N_2 + 100 N_3 + N_4$.

Exemple. — Extrayons la racine carrée de 4 052 169.

Additions effectuées à gauche du soroban				Soustractions effectuées à droite du soroban							
1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	4 ^e tranche	1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	4 ^e tranche	1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	4 ^e tranche
1					1						
2					3						
1		1				4		0	1		
		1	1					4	0	2	1
			2					4	0	2	3
			2					4	0	2	5
+4	0	2	5		-4	0	5	2	1	6	9

Ainsi, la racine carrée de 4 052 169 est égale à $\frac{4\,025 + 1}{2} = 2\,013$.

Exemple. — Extrayons une valeur approchée de la racine carrée de 5.

Additions effectuées à gauche du soroban				Soustractions effectuées à droite du soroban							
1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	4 ^e tranche	1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	4 ^e tranche	1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	4 ^e tranche
1					1						
2					3						
1	1					4	1				
	2					4	3				
	1	1					4	4	1		
		2					4	4	3		
		2					4	4	5		
		1	1					4	4	6	1
			2					4	4	6	3
			2					4	4	6	5
			2					4	4	6	7
			2					4	4	6	9
			2					4	4	7	1
+4	4	7	1		-4	9	9	9	6	9	6

Ainsi, une valeur approchée de la racine carrée de 5 est $\frac{4,471 + 0,001}{2} = 2,236$.

8 Racine cubique

Préliminaire mathématique

Considérons les suites $(u_n)_{n \geq 1}$, $(v_n)_{n \geq 1}$ et $(s_n)_{n \geq 1}$ définies par $u_1 = v_1 = 1$ et, pour $n \geq 2$, par :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_{2n} = u_{2n-1} + 1, \quad u_{2n+1} = u_{2n} + 2, \quad v_{n+1} = v_n + u_{n+1}, \quad s_n = \sum_{k=1}^n v_{2k-1}.$$

On a :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_{n+2} = u_n + 3.$$

Donc les suites $(u_{2n-1})_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}^*}$ sont arithmétiques de raison 3.

Comme $u_1 = 1$ et u_2 , on en déduit que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_{2n-1} = 3n - 2 \quad \text{et} \quad u_{2n} = 3n - 1.$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$v_{2n-1} = v_{2n-2} + u_{2n-1} = v_{2n-3} + u_{2n-2} + u_{2n-1} = v_{2n-3} + 6(n-1)$$

d'où, par télescope :

$$v_{2n-1} = v_1 + \sum_{k=2}^n (v_{2k-1} - v_{2k-3}) = 1 + 6 \sum_{k=2}^n (k-1) = 3n(n-1) + 1.$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On a :

$$\begin{aligned} s_n &= \sum_{k=1}^n v_{2k-1} \\ &= \sum_{k=1}^n (3k^2 - 3k + 1) \\ &= 3 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3 \frac{n(n+1)}{2} + n \\ &= n^3. \end{aligned}$$

Ainsi, la racine cubique de s_n est $\frac{u_{2n-1} + 2}{3}$.

Extraction

Afin d'extraire la racine cubique d'un nombre, il est préférable de disposer d'un soroban avec un grand nombre de tiges.

Soit N un nombre (entier) dont on veut extraire la racine cubique.

On découpe N en groupes de trois chiffres (à partir du chiffre des unités), $N_1, N_2, \dots, N_k$, le groupe de gauche N_1 comportant un, deux ou trois chiffres.

On notera :

$$N = \overline{N_1 N_2 \dots N_k} = \sum_{i=1}^k N_i 1000^{k-i}.$$

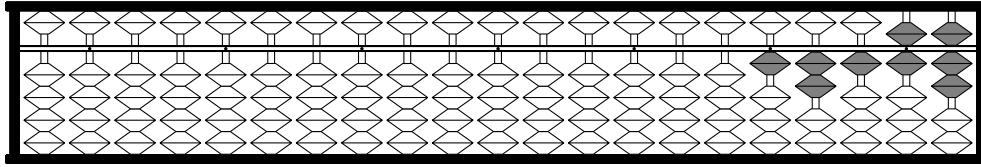
k correspond au nombre de chiffres dans l'écriture décimale de $\sqrt[3]{N}$.

La méthode générale d'extraction de la racine cubique de N est la suivante :

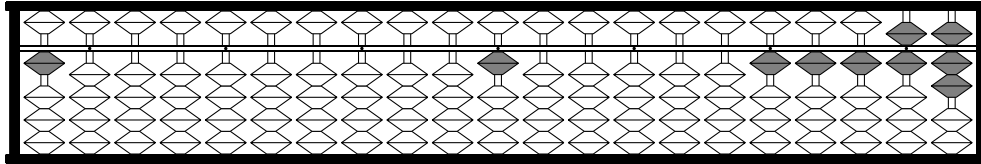
1. Poser N à droite du soroban.
2. Poser 1 à gauche et au centre du soroban et le soustraire du premier groupe N_1 .
3. Ajouter 1 au nombre à gauche et ajouter le résultat au nombre au centre.
Ensuite, ajouter 2 au nombre à gauche et ajouter le résultat au nombre au centre.
Enfin, soustraire le résultat au reste du premier groupe.
Recommencer cette étape tant que le nombre au centre est inférieur au reste du premier groupe.
4. Ajouter 1 au nombre à gauche et ajouter le résultat au nombre au centre.
5. Ajouter 1 au nombre à gauche, multiplier le résultat par 10 puis ajouter 1.
Ensuite, ajouter le résultat au nombre obtenu après avoir multiplié le nombre au centre par 100.
Enfin, soustraire le résultat au nombre formé par le reste du premier groupe N'_1 et le deuxième groupe, à savoir $\overline{N'_1 N_2} = 1000N'_1 + N_2$.

6. Recommencer alors les étapes 3, 4 et 5 aux groupes suivants jusqu'à ce que les boules à droite du soroban soient toutes désactivées.
7. Ajouter 2 au nombre à gauche et diviser le résultat par 3.
Le nombre obtenu est la racine cubique de N .

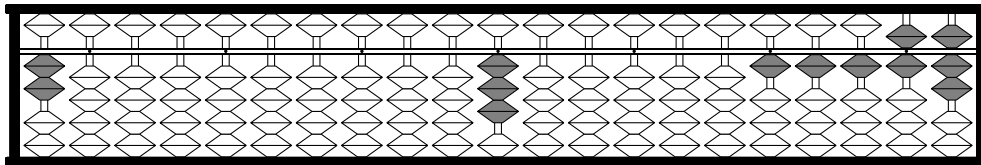
Exemple. — Extrayons la racine cubique de 12 167 :



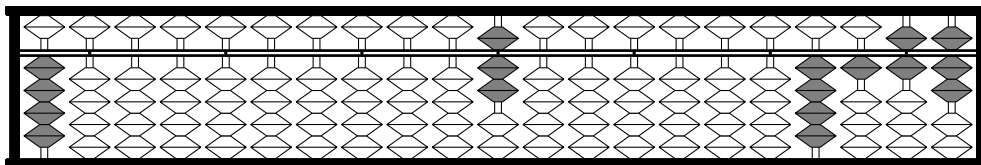
- À droite : poser 12 167.



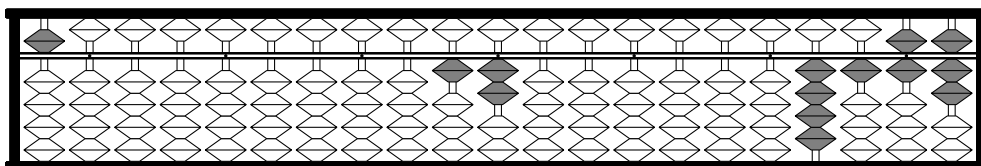
- À gauche : poser 1;
- Au centre : poser 1;
- À droite : $12 - 1$.



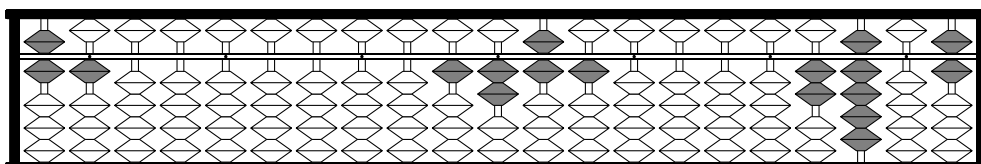
- À gauche : $1 + 1$;
- Au centre : $1 + 2$.



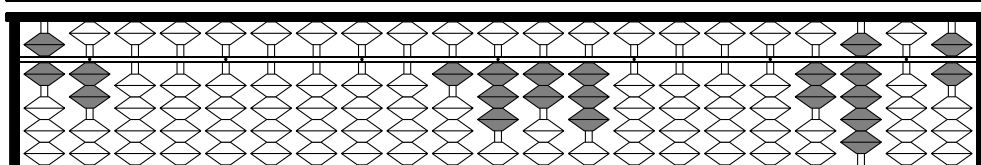
- À gauche : $2 + 2$;
- Au centre : $3 + 4$;
- À droite : $11 - 7$.



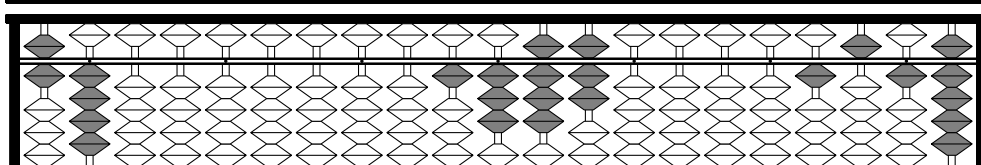
- À gauche : $4 + 1$;
- Au centre : $7 + 5$.



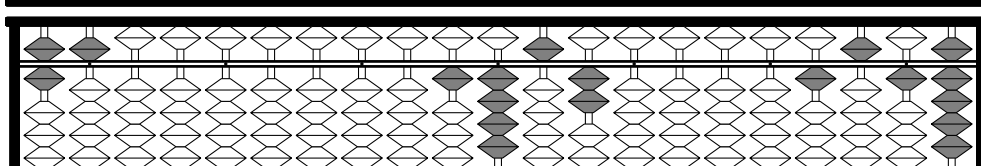
- À gauche : $(5+1) \times 10 + 1$;
- Au centre : $12 \times 10 + 61$;
- À droite : $4167 - 1261$.



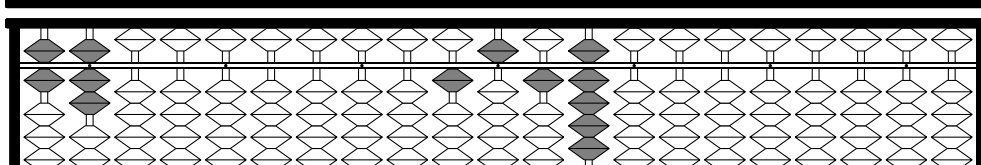
- À gauche : $61 + 1$;
- Au centre : $1261 + 62$.



- À gauche : $62 + 2$;
- Au centre : $1323 + 64$;
- À droite : $2908 - 1387$.



- À gauche : $64 + 1$;
- Au centre : $1387 + 65$.



- À gauche : $65 + 2$;
- Au centre : $1452 + 67$;
- À droite : $1519 - 1519$.

Ainsi, la racine cubique de 12 167 est égale à $\frac{67+2}{3} = 23$.

On peut synthétiser l'ensemble des opérations successives dans le tableau suivant :

Additions effectuées						Soustractions effectuées					
À gauche		Au centre				À droite					
1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	1 ^{er} tranche		2 ^e tranche		1 ^{er} tranche		2 ^e tranche			
1			1				1				
1			2								
2			4				7				
1			5								
1	1			6	1		1	2	6	1	
	1			6	2						
	2			6	4		1	3	8	7	
	1			6	5						
	2			6	7		1	5	1	9	
+6	7						-1	2	1	6	7

À l'étape 5 de la méthode décrite ci-dessus, la soustraction n'est pas nécessairement possible. Il convient alors de considérer les groupes suivants et d'adapter les opérations correspondantes :

5 Ajouter 1 au nombre à gauche, multiplier le résultat par 10^2 puis ajouter 1.

Ensuite, ajouter le résultat au nombre obtenu après avoir multiplié le nombre au centre par 100^2 .

Enfin, soustraire le résultat au nombre formé par le reste du premier groupe N'_1 et les deux groupes suivants, à savoir $\overline{N'_1 N_2 N_3} = 1000^2 N'_1 + 1000 N_2 + N_3$.

Ou encore :

5 Ajouter 1 au nombre à gauche, multiplier le résultat par 10^3 puis ajouter 1.

Ensuite, ajouter le résultat au nombre obtenu après avoir multiplié le nombre au centre par 100^3 .

Enfin, soustraire le résultat au nombre formé par le reste du premier groupe N'_1 et les trois groupes suivants, à savoir $\overline{N'_1 N_2 N_3 N_4} = 1000^3 N'_1 + 1000^2 N_2 + 1000 N_3 + N_4$.

Exemple. — Extrayons la racine cubique de 28 934 443.

Additions effectuées									Soustractions effectuées								
À gauche			Au centre						À droite								
1 ^{er} tranche	2 ^e tranche	3 ^e tranche	1 ^{er} tranche		2 ^e tranche		3 ^e tranche		1 ^{er} tranche	2 ^e tranche			3 ^e tranche				
1				1								1					
1				2								7					
2				4													
1				5													
2				7					1	9							
1				8													
1		1				9	0	1			2	7	0	9	0	1	
		1				9	0	2									
		2				9	0	4			2	7	2	7	0	7	
		1				9	0	5									
		2				9	0	7			2	7	4	5	1	9	
		1				9	0	8									
		2				9	1	0			2	7	6	3	3	7	
		1				9	1	1									
		2				9	1	3			2	7	8	1	6	1	
		1				9	1	4									
		2				9	1	6			2	7	9	9	9	1	
		1				9	1	7									
		2				9	1	9			2	8	1	8	2	7	
+9	1	9								-2	8	9	3	4	4	4	3

Ainsi, la racine cubique de 28 934 443 est égale à $\frac{919+2}{3} = 307$.

9 Écritures décimale et binaire

9.1 Conversion de l'écriture décimale vers l'écriture binaire

9.1.1 Cas d'un nombre entier

Pour la conversion, il sera nécessaire d'effectuer des divisions par 2 sans modifier la colonne du chiffre des unités du nombre à convertir.

Pour y parvenir, deux méthodes sont possibles.

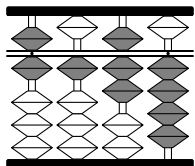
Première méthode

Diviser par 2 revenant à multiplier par 0,5, on multiplie chaque chiffre du nombre considéré par 5, en désactivant les boules de la colonne correspondante et en inscrivant le résultat une colonne à droite, les opérations s'effectuant de la droite vers la gauche.

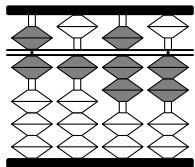
Deuxième méthode

Diviser par 2 revenant à soustraire la moitié, on retranche de chaque chiffre sa moitié, les opérations s'effectuant de la droite vers la gauche.

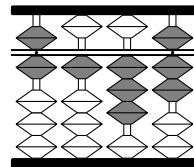
Exemple. — Effectuons la division de 6 174 par 2.



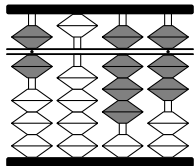
Poser 6 174 sur les colonnes 1 à 4



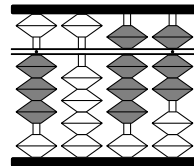
4×5 sur les colonnes 4 et 5
ou
 $4 - 2$ sur la colonne 4



7×5 sur les colonnes 3 et 4
ou
 $7 - 3,5$ sur les colonnes 3 et 4



1×5 sur les colonnes 2 et 3
ou
 $1 - 0,5$ sur les colonnes 2 et 3



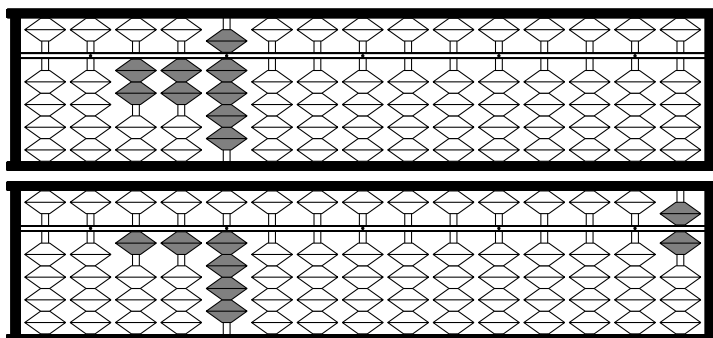
6×5 sur les colonnes 1 et 2
ou
 $6 - 3$ sur la colonne 1

Ainsi : $6\,174 \div 2 = 3\,087$.

L'algorithme de conversion de l'écriture décimale vers l'écriture binaire d'un nombre entier est le suivant :

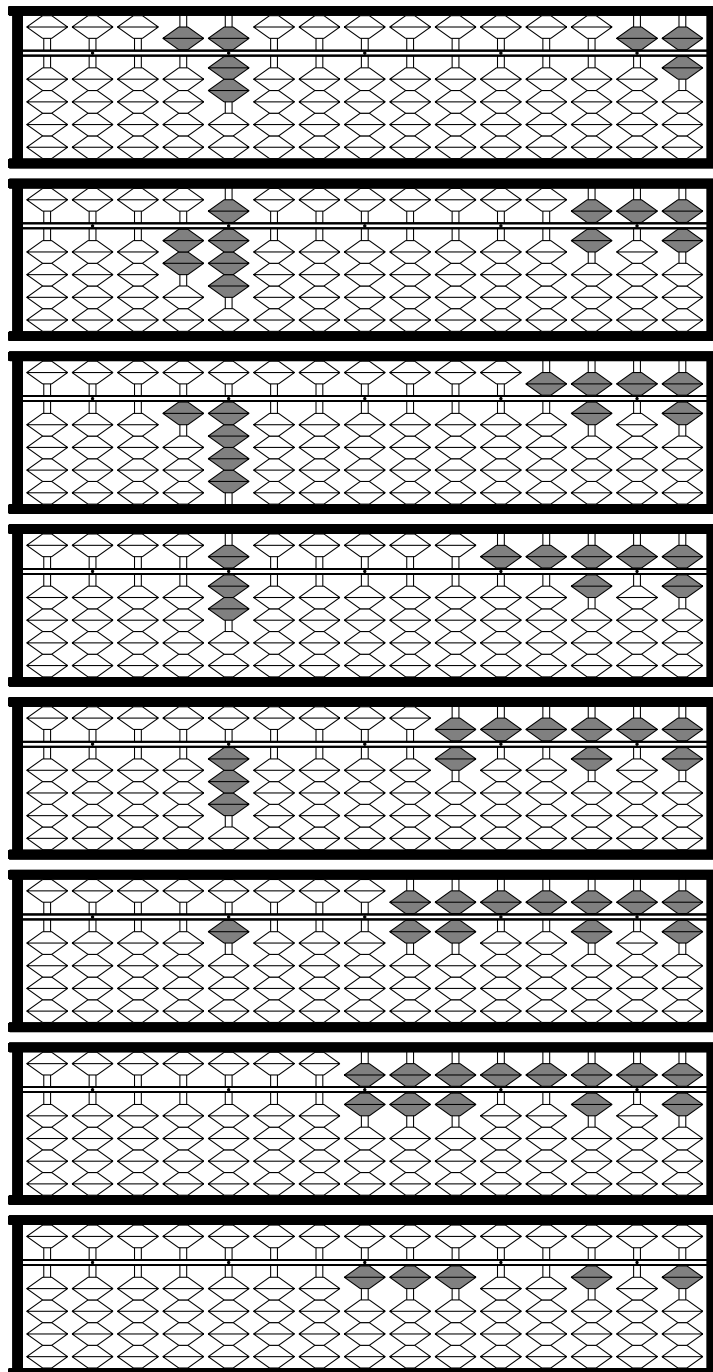
1. Poser le nombre entier à convertir à gauche du soroban, le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale.
2. Si le nombre est pair, alors le diviser par 2 puis activer une quinaire à droite du soroban.
Si le nombre est impair, alors lui retrancher 1, diviser le résultat par 2 puis activer une quinaire et une unaire à droite du soroban.
3. Recommencer l'étape 2 jusqu'à ce que les boules à gauche du soroban soient toutes désactivées, chaque nouvelle quinaire activée étant à gauche de la précédente.
4. Désactiver toutes les quinaires.
L'écriture binaire est inscrite sous la barre transversale.

Exemple. — Déterminons l'écriture binaire de 229.



- À gauche : poser 229

- À gauche : poser $(229 - 1) \div 2$;
- À droite : $+5 + 1$.



- À gauche : $114 \div 2$;
- À droite : $+5$.

- À gauche : $(57 - 1) \div 2$;
- À droite : $+5 + 1$.

- À gauche : $28 \div 2$;
- À droite : $+5$.

- À gauche : $14 \div 2$;
- À droite : $+5$.

- À gauche : $(7 - 1) \div 2$;
- À droite : $+5 + 1$.

- À gauche : $(3 - 1) \div 2$;
- À droite : $+5 + 1$.

- À gauche : $(1 - 1) \div 2$;
- À droite : $+5 + 1$.

- Désactiver les quinaires.

L'écriture binaire de 229 est 11100101.

Diviser par 2 revient à multiplier par 0,5.

Par ailleurs, la colonne du chiffre des unités doit rester inchangée -> expliciter la méthode

9.1.2 Cas d'un nombre strictement inférieur à 1

Pour la conversion, il sera nécessaire d'effectuer des multiplications par 2 sans modifier la colonne du chiffre des unités du nombre à obtenir.

Pour y parvenir, deux méthodes sont possibles.

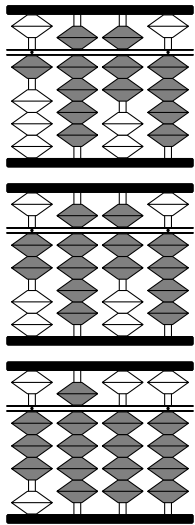
Première méthode

On multiplie chaque chiffre du nombre par 2, en désactivant les boules de la colonne correspondante et en inscrivant le résultat une colonne à gauche (en considérant que le résultat est un nombre à deux chiffres, le premier étant éventuellement nul), les opérations s'effectuant de la gauche vers la droite.

Deuxième méthode

Multiplier par 2 revenant à additionner le même nombre, on ajoute à chaque chiffre sa valeur, les opérations s'effectuant de la gauche vers la droite.

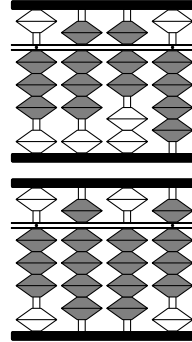
Exemple. — Effectuons la multiplication de 1974 par 2.



Poser 1974 sur les colonnes 1 à 4

1×2 sur la colonne 1
ou
 $1 + 1$ sur la colonne 1.

7×2 sur les colonnes 2 et 3
ou
 $7 + 7$ sur les colonnes 2 et 3.



9×2 sur les colonnes 1 et 2
ou
 $9 + 9$ sur les colonnes 1 et 2.

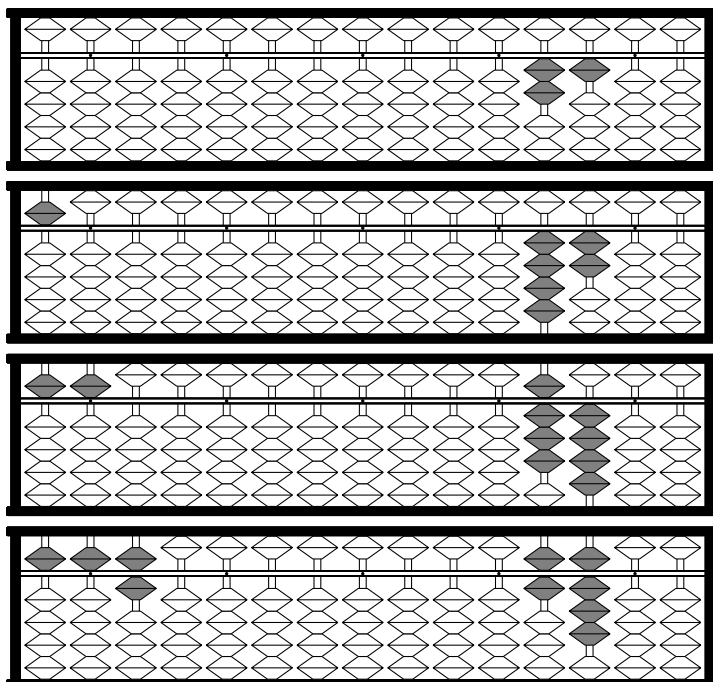
4×2 sur la colonne 4
ou
 $4 + 4$ sur la colonne 4.

Ainsi : $1974 \times 2 = 3948$.

L'algorithme de conversion de l'écriture décimale vers l'écriture binaire d'un nombre strictement inférieur à 1 est le suivant :

1. Poser le nombre à convertir à droite du soroban, le chiffre des unités étant placé sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale.
2. Multiplier le nombre par 2.
Si le résultat est supérieur ou égal à 1, alors lui retrancher 1 puis activer une quinaire et une unaire à gauche du soroban.
Si le résultat est strictement inférieur à 1, alors activer une quinaire à gauche du soroban.
3. Recommencer l'étape 2 jusqu'à ce que les boules à droite du soroban soient toutes désactivées (ce qui se produit uniquement s'il admet une écriture fractionnaire pour laquelle le dénominateur est une puissance de 2), chaque nouvelle quinaire activée étant à droite de la précédente.
4. Désactiver toutes les quinaires à gauche du soroban.
L'écriture binaire est inscrite sous la barre transversale.

Exemple. — Déterminons les premiers chiffres de l'écriture binaire de 0,21.

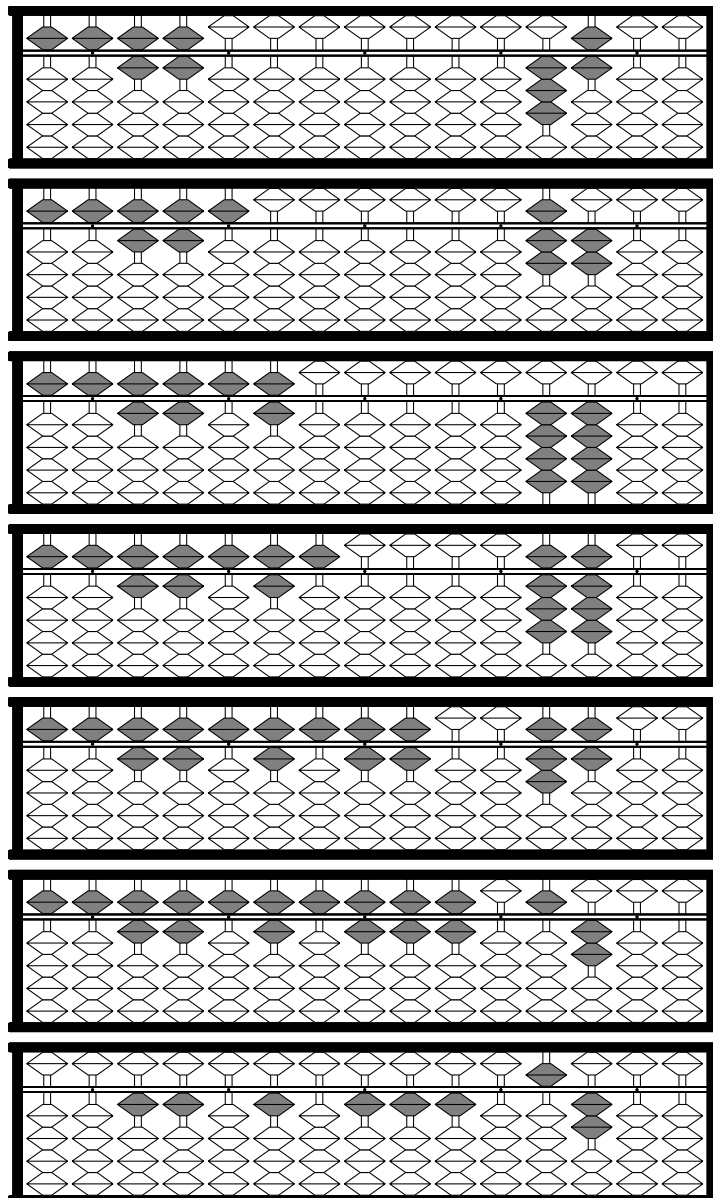


• À droite : poser 0,21

• À gauche : 5;
• À droite : $0,21 \times 2$.

• À gauche : 5;
• À droite : $0,42 \times 2$.

• À gauche : 5;
• À droite : $0,84 \times 2 - 1$.



- À gauche : 6;
- À droite : $0,68 \times 2 - 1$.

- À gauche : 5;
- À droite : $0,36 \times 2$.

- À gauche : 6;
- À droite : $0,72 \times 2 - 1$.

- À gauche : 5;
- À droite : $0,44 \times 2$.

- À gauche : 6;
- À droite : $0,88 \times 2 - 1$.

- À gauche : 6;
- À droite : $0,76 \times 2 - 1$.

- À gauche : 6;
- À droite : $0,76 \times 2 - 1$.

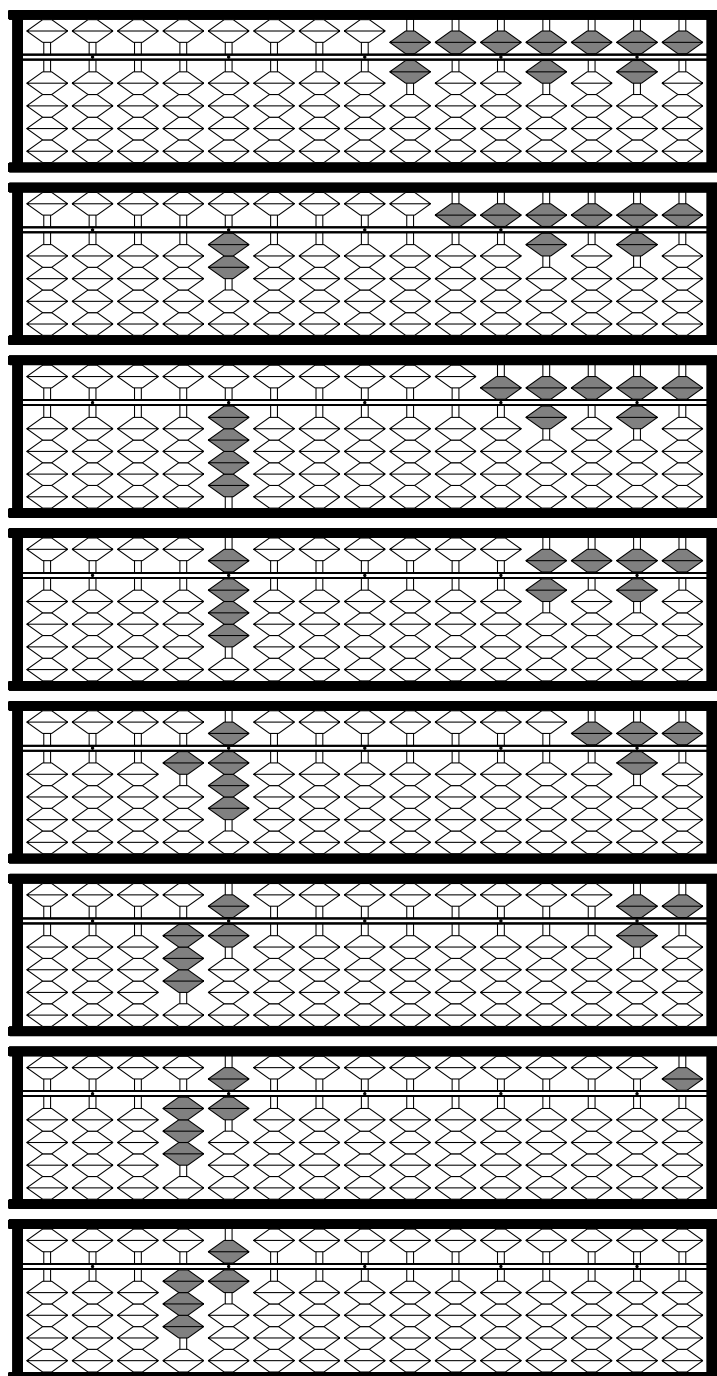
L'écriture binaire de 0,21 est 0,0011010111....

9.2 Conversion de l'écriture binaire d'un nombre entier vers son écriture décimale

L'algorithme de conversion de l'écriture binaire vers l'écriture décimale d'un nombre entier est le suivant :

1. Poser le nombre binaire à convertir à droite du soroban en activant, pour chaque chiffre, une quinaire au dessus de la barre transversale.
2. Si le chiffre à gauche de l'écriture binaire est égal à un, alors désactiver la quinaire et l'unaire correspondantes, ajouter un au nombre à gauche du boulier puis multiplier le résultat par deux.
Si le chiffre à gauche de l'écriture binaire est égal à zéro, alors désactiver la quinaire correspondante puis multiplier le nombre à gauche du boulier par deux.
Les premières boules activées à gauche du soroban doivent être placées sur une colonne marquée par un point sur la barre transversale.
3. Recommencer l'étape 2 pour chaque chiffre de l'écriture binaire, du premier à l'avant dernier, en allant de la gauche vers la droite
4. Ajouter au nombre à gauche du soroban le dernier chiffre de l'écriture binaire.
L'écriture décimale est inscrite à gauche du soroban.

Exemple. — Déterminons l'écriture décimale de 1001010.



L'écriture décimale de 1001010 est 74.

10 Entraînement

10.1 Calcul mental

L'anzan, traduction de « calcul mental » en japonais, consiste à effectuer les calculs avec un soroban imaginaire.

Pour des raisons évidentes, la maîtrise du soroban est indispensable pour pratiquer l'anzan.

Avec de l'expérience et après quelques mois d'entraînement quotidien, il est possible de se représenter mentalement deux ou trois colonnes pour effectuer des additions et des soustractions.

Ensuite, le nombre de colonnes conceptualisées va croissant jusqu'à pouvoir effectuer des multiplications et des divisions.

On considère qu'un expert est environ deux fois plus rapide en calcul mental que sur un soroban.

Ce gain de temps s'explique par l'absence de déplacements physiques des boules dont l'exécution limite la vitesse des calculs.

10.2 Tests de niveau

Le niveau de maîtrise du soroban peut être évalué par des tests dont l'échelle va du 10-ième kyu au 1er kyu puis du 1er dan au 10-ième dan.

La Chambre japonaise de commerce et d'industrie fait passer un examen sur six niveaux, dont le troisième permet de travailler dans l'administration.

Au Japon, les examens ne sont reconnus officiellement qu'à partir du 6-ième kyu, quelques semaines étant nécessaires pour atteindre ce grade.

Le 3-ième kyu peut être atteint en quelques mois. Pour y parvenir, une émission radiophonique quotidienne de 20 minutes propose d'amener ses auditeurs à ce niveau en six mois, moyennant quelques exercices personnels additionnels. Six autres mois d'entraînement permettent d'atteindre généralement le 2-ième kyu.

Enfin, il est possible d'accéder au 1er kyu après une année supplémentaire.

Les examens de dan suivent la validation des grades de kyu.

Les examens de kyu se composent généralement de trois parties :

- un tableau avec des séries d'additions et de soustractions;
- un tableau avec des séries de multiplications;
- un tableau avec des séries de divisions.

Les calculs doivent être effectués en un temps limité et ne doivent pas dépasser un certain nombre d'erreurs.

Généralement, pour chaque tableau, la durée est de 10 minutes et le taux de réussite doit être supérieur à 70%.

- Examen de 6-ième kyu
 - Addition-soustraction : 10 opérations comportant chacune 15 nombres pour un total de 40 chiffres
 - Multiplication : 20 opérations comportant chacune un nombre à 3 chiffres multiplié par un nombre à 2 chiffres.
 - Division : 20 opérations comportant chacune un nombre à 3 ou 4 chiffres divisé par un nombre à 2 chiffres.
- Examen de 5-ième kyu
 - Addition-soustraction : 10 opérations comportant chacune 15 nombres pour un total de 50 chiffres
 - Multiplication : 20 opérations comportant chacune 6 chiffres (produit d'un nombre à 3 chiffres multiplié par un nombre à 3 chiffres ou d'un nombre à 4 chiffres multiplié par un nombre à 2 chiffres).
 - Division : 20 opérations comportant chacune entre 6 et 8 chiffres (par exemple, division d'un nombre à 4 chiffres par un nombre à 2 chiffres ou d'un nombre à 5 chiffres par un nombre à 3 chiffres).
- Examen de 4-ième kyu
 - Addition-soustraction : 10 opérations comportant chacune 15 nombres pour un total de 60 chiffres
 - Multiplication : 20 opérations comportant chacune un nombre à 4 chiffres multiplié par un nombre à 3 chiffres.
 - Division : 20 opérations comportant chacune un nombre à 5 ou 6 chiffres divisé par un nombre à 3 chiffres.
- Examen de 3-ième kyu
 - Addition-soustraction : 10 opérations comportant chacune 15 nombres pour un total de 70 chiffres
 - Multiplication : 20 opérations comportant chacune 7 chiffres, les 10 premiers résultats étant arrondis au millième le plus proche et les 10 suivants à l'unité la plus proche.
 - Division : 20 opérations comportant chacune au plus 10 chiffres, les 10 premiers résultats étant arrondis au millième le plus proche et les 10 suivants à l'unité la plus proche.
- Examen de 2-ième kyu
 - Addition-soustraction : 10 opérations comportant chacune 15 nombres pour un total de 80 chiffres

- Multiplication : 20 opérations comportant chacune 9 chiffres, les 10 premiers résultats étant arrondis au millième le plus proche et les 10 suivants à l'unité la plus proche.
- Division : 20 opérations comportant chacune au plus 13 chiffres, les 10 premiers résultats étant arrondis au millième le plus proche et les 10 suivants à l'unité la plus proche.
- Examen de 1-ier kyu
 - Addition-soustraction : 10 opérations comportant chacune 15 nombres pour un total de 105 chiffres
 - Multiplication : 20 opérations comportant chacune au plus 11 chiffres, les 10 premiers résultats étant arrondis au millième le plus proche et les 10 suivants à l'unité la plus proche.
 - Division : 20 opérations comportant chacune au plus 16 chiffres, les 10 premiers résultats étant arrondis au millième le plus proche et les 10 suivants à l'unité la plus proche.

À partir de l'examen de 2-ième kyu, l'épreuve d'anzan apparaît. Celle-ci doit généralement être réalisée en 3 minutes avec une réussite supérieure à 80% pour l'ensemble des calculs.

- Addition-soustraction : 5 opérations comportant chacune 10 nombres pour un total de 35 chiffres.
- Multiplication : 5 opérations comportant chacune un nombre à 2 chiffres multiplié par un nombre à 2 chiffres.
- Division : 5 opérations comportant chacune un nombre à 4 chiffres divisé par un nombre à 2 chiffres.

Les extractions de racines carrées et de racines cubiques apparaissent dès le premier dan.

À partir du 2-ième dan, la réussite exigée augmente tandis que le nombre de chiffres par opération reste stable. Enfin, à partir du 8-ième dan, toute faute est éliminatoire.

Exemple. — Voici un exemple d'examen de 6-ième kyu.

Addition-soustraction

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
4 510	806	1 359	9 210	290	721	7 971	867	3 897	992
17	237	744	931	896	−37	31	7 949	2 613	58
66	3 037	−294	−34	−261	−459	−2 765	22	92	−27
840	726	74	8 054	41	728	41	−5 948	621	−5 262
38	36	−46	563	−27	390	979	−38	96	−243
173	42	9 784	48	172	44	−99	−411	435	73
17	11	35	−825	3 886	−93	−70	27	99	445
351	59	−532	369	−944	928	907	185	46	−24
67	17	835	−38	−74	−1 090	−478	−933	28	92
449	49	38	87	−84	62	75	36	489	25
−3 945	211	−492	47	69	426	93	25	224	822
54	3 782	86	91	815	12	509	699	583	−470
970	554	29	58	50	43	701	40	496	40
43	85	432	−992	31	−24	99	−494	43	1 430
158	475	−23	−808	8 071	2 563	−669	24	25	−914

Multiplication

(1)	$547 \times 92 =$	(11)	$269 \times 26 =$
(2)	$865 \times 95 =$	(12)	$167 \times 33 =$
(3)	$636 \times 26 =$	(13)	$295 \times 85 =$
(4)	$883 \times 36 =$	(14)	$929 \times 93 =$
(5)	$234 \times 28 =$	(15)	$480 \times 57 =$
(6)	$859 \times 52 =$	(16)	$389 \times 44 =$
(7)	$725 \times 25 =$	(17)	$759 \times 43 =$
(8)	$585 \times 87 =$	(18)	$725 \times 34 =$
(9)	$448 \times 37 =$	(19)	$695 \times 55 =$
(10)	$895 \times 46 =$	(20)	$405 \times 67 =$

Division

(1) $897 \div 39 =$	(11) $986 \div 29 =$
(2) $784 \div 56 =$	(12) $5170 \div 94 =$
(3) $8611 \div 79 =$	(13) $1856 \div 64 =$
(4) $5568 \div 87 =$	(14) $2494 \div 43 =$
(5) $1976 \div 38 =$	(15) $7904 \div 32 =$
(6) $4370 \div 46 =$	(16) $3216 \div 67 =$
(7) $1748 \div 23 =$	(17) $3686 \div 38 =$
(8) $8284 \div 38 =$	(18) $4088 \div 73 =$
(9) $6394 \div 23 =$	(19) $4316 \div 26 =$
(10) $3618 \div 54 =$	(20) $9953 \div 37 =$

Exemple. — Voici un exemple d'examen de 3-ième kyu.

Addition-soustraction

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
365 127	643 166	409 032	569 276	12 699	2 233	71 923	184	16 937	1 728
653	94 820	704	364 338	2 167	483 594	−304	37 685	2 913	994 787
399 358	4 176	−30 277	1 825	66 415	−126 984	635	810 629	72 524	59 257
2 296	97 753	754	772	−348	485	−29 088	15 236	353 959	14 085
688 732	5 101	488 815	89 074	−773	−356	9 215	8 267	503	67 347
5 358	337 662	4 983	−49 261	622 087	517 923	293 738	−79 942	−68 927	386
37 746	45 096	73 298	−30 856	804 380	−7 409	37 866	8 253	422 637	9 578
77 162	4 885	681 723	136 620	−26 652	83 372	318 942	327 254	657	641
25 896	126 739	−341 695	−937	236 147	−486 912	−13 684	−21 736	−307 849	92 334
4 247	625	−599	1 804	347 891	−13 728	−766	565 327	2 715	114 863
995 185	319 486	−65 684	89 271	−88 367	3 495	152 934	294	53 914	431 916
584	32 914	5 349	−769 327	−9 183	58 434	−2 347	675	367 654	95 823
83 082	775	−7 921	740	946	614	15 329	723 884	165	418
72 449	75 119	37 105	56 271	9 843	−96 377	761 085	−4 977	3 724	1 6 513
535	762	99 134	−9 544	85 761	54 473	−8 426	98 604	38 056	260 788

Multiplication

(1) $4734 \times 0,29 =$	(11) $3476 \times 518 =$
(2) $86,5 \times 3,514 =$	(12) $1267 \times 343 =$
(3) $4,732 \times 0,267 =$	(13) $4863 \times 892 =$
(4) $817 \times 4,953 =$	(14) $4608 \times 0,286 =$
(5) $35,82 \times 7,91 =$	(15) $95347 \times 6,8 =$
(6) $0,3189 \times 46,7 =$	(16) $8537 \times 781 =$
(7) $58,34 \times 6,92 =$	(17) $58932 \times 47 =$
(8) $254,3 \times 7,81 =$	(18) $3752,4 \times 0,83 =$
(9) $8,572 \times 62,9 =$	(19) $4659 \times 374 =$
(10) $623 \times 7,594 =$	(20) $8473 \times 524 =$

Division

(1) $291746 \div 458 =$	(11) $550782 \div 37 =$
(2) $038185 \div 8,43 =$	(12) $840990 \div 1734 =$
(3) $742,18 \div 16,95 =$	(13) $98992 \div 46 =$
(4) $944164 \div 542 =$	(14) $186923 \div 574 =$
(5) $133,167 \div 61,2 =$	(15) $306746 \div 803 =$
(6) $37,715 \div 97,7 =$	(16) $3348 \div 4,32 =$
(7) $161,504 \div 721 =$	(17) $49491 \div 0,675 =$
(8) $549 \div 0,53 =$	(18) $698690 \div 109 =$
(9) $7056 \div 3,83 =$	(19) $475800 \div 793 =$
(10) $6,4402 \div 0,511 =$	(20) $724312 \div 9788 =$

Exemple. — Voici un exemple d'examen de 1-ier kyu.

Addition-soustraction

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
80 786 04	4 367 930 629	1 779 360	1 804 101 357	8 360 052 374
819 367 526	870 416	−644 622	80 952 449	305 088 624
2 774 446	84 871 185	3 546 633	9 179 636	6 602 108
64 375 147	16 382 998	5 501 779 675	3 917 902 238	4 632 718 430
2 074 118 865	8 494 663	−76 549	−43 266	−4 211 478 608
62 917 015	1 916 905	405 527 794	768 160 429	461 416
441 283 043	3 504 541 907	11 914 873	−458 222 347	−5 416 093
9 901 573	443 778 253	902 261 527	1 058 234	88 573 468
20 673 336	841 337 332	−88 730 425	19 165 280	79 431 079
311 573 319	97 945	−7 149 459	−576 194 186	−5 792 268
4 093 422	6 870 559	45 366 028	−1 168 503 251	−651 843 129
3 730 822 185	1 069 693 655	6 488 078 456	−5 500 065	−51 482
144 063	795 823 922	9 185 663 268	8 501 384	2 258 028
39 692	7 421 140	−7 811 848	767 501	90 372 518
6 572 492 563	58 268 435	461 744 537	94 748 697	917 123 574
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
6 992 039	3 633 750	84 735 403	855 557 529	637 483 382
772 700 671	8 924 035 743	4 314 094 582	9 524 652 213	−2 783 667
4 997 628	984 220 149	4 009 043	−968 444 719	62 317 511
396 562 476	−9 084 272	−4 988 691	4 636 065	661 496 448
33 467 908	86 459	990 681 086	−844 714 761	4 006 658 545
15 654	38 346 518	4 683 208 516	8 741 032 303	461 248
4 330 655	−441 645 140	707 481 858	161 522	−5 183 058
554 105	−60 386 288	−565 404	2 694 574	4 250 614
244 707 079	643 714 245	−792 488 748	5 964 574	−55 503
7 998 319 158	4 704 988 137	−55 648 662	−8 422 487 698	3 837 191
4 439 524	−4 174 093	5 946 307	62 848 911	7 285 944 020
6 652 368 041	632 890	71 828 509	−73 636 075	113 759 326
5 518 707 997	−7 532 684 714	3 509 497	20 199 046	−32 306 759
71 875 192	98 988 635	37 142	9 228 372	−5 958 907 233
87 301 362	2 837 771	−5 743 231 852	−37 059	11 984 621

Multiplication

(1) $297\,857 \times 55\,954 =$	(11) $678\,232 \times 54\,107 =$
(2) $764\,971 \times 77\,567 =$	(12) $478\,695 \times 0,01935 =$
(3) $893\,920 \times 74\,797 =$	(13) $7\,609\,936 \times 3\,461 =$
(4) $0,2206 \times 31,4008 =$	(14) $292\,700 \times 0,97717 =$
(5) $801\,561 \times 0,52438 =$	(15) $310\,547 \times 756\,87 =$
(6) $461\,311 \times 97\,712 =$	(16) $823\,313 \times 0,64297 =$
(7) $48,6565 \times 89,13 =$	(17) $942\,184 \times 771\,139 =$
(8) $1\,760\,717 \times 8\,621 =$	(18) $241\,040 \times 25\,115 =$
(9) $873\,662 \times 3,3176 =$	(19) $29\,138 \times 130,025 =$
(10) $0,674887 \times 0,0412 =$	(20) $403\,078 \times 18\,734 =$

Division

(1) $4\,659\,663\,120 \div 87\,535 =$	(11) $9\,735\,338\,872 \div 92\,006 =$
(2) $77\,235\,163\,737 \div 30\,757 =$	(12) $160\,376 \div 0,93046 =$
(3) $0,6799644876 \div 6,77841 =$	(13) $11\,195\,350 \div 91,813 =$
(4) $23\,513\,911\,460 \div 30\,556 =$	(14) $6\,895\,671\,552 \div 14\,886 =$
(5) $77,58506851 \div 0,83096 =$	(15) $822\,270\,663 \div 184,27 =$
(6) $223\,874,50087 \div 38\,205 =$	(16) $65\,344 \div 0,0882 =$
(7) $2\,321\,079\,145 \div 94\,765 =$	(17) $78\,713\,164\,574 \div 20\,834 =$
(8) $0,3814214945 \div 0,05089 =$	(18) $88\,460\,331\,330 \div 5\,614 =$
(9) $10\,420\,565\,215 \div 6\,541 =$	(19) $895\,184 \div 0,73152 =$
(10) $660,42088117 \div 71,241 =$	(20) $67\,242\,763\,406 \div 150\,241 =$

Calcul mental

Addition-soustraction				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
7 327	627	7 391	9 105	285
436	2 657	842	817	8 296
281	5 329	−5 907	−2 346	−4 783
5 204	−972	723	8 542	782
357	4 035	6 209	−631	−915
6 813	358	738	827	1 804
2 941	−6 781	−4 037	257	409
308	752	−725	3 081	2 952
752	4 253	3 152	7 153	843
3 288	−907	843	744	7 607

Multiplication	
(1)	$97 \times 48 =$
(2)	$35 \times 72 =$
(3)	$63 \times 57 =$
(4)	$49 \times 81 =$
(5)	$56 \times 18 =$

Division	
(1)	$3\,384 \div 36 =$
(2)	$5\,561 \div 83 =$
(3)	$2\,697 \div 93 =$
(4)	$3\,922 \div 74 =$
(5)	$1\,653 \div 29 =$